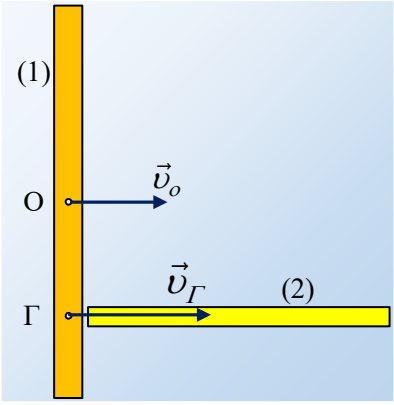
Ελαστική κρούση δύο ράβδων.

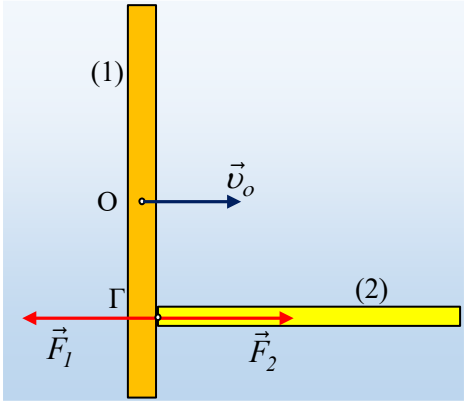


Σε λείο οριζόντιο επίπεδο κινείται μια ομογενής ράβδος (1) μάζας m=4kg και μήκους l=3m και σε μια στιγμή συγκρούεται ελαστικά με δεύτερη ράβδο (2) η οποία είναι ακίνητη. Τη στιγμή της κρούσης, το μέσον Ο της ράβδου (1) έχει ταχύτητα υ_0=4m/s, κάθετη στην ράβδο (1) και παράλληλη στον κατά μήκος άξονα της ράβδου (2) (το σχήμα σε κάτοψη), ενώ το σημείο Γ της ράβδου, το σημείο της κρούσης, βρίσκεται σε απόσταση (ΟΓ)=d=1m, έχοντας ταχύτητα παράλληλη της υ_0 με μέτρο υ_Γ=6m/s.

Αν μετά την κρούση, τα σημεία Ο και Γ της ράβδου (1), έχουν την ίδια ταχύτητα, να βρεθεί η κινητική ενέργεια την οποία αποκτά η ράβδος (2).

Δίνεται η ροπή αδράνειας μιας ομογενούς ράβδου ως προς κάθετο άξονα που περνά από το μέσον της I_{cm}= $ml^2/12$.

Απάντηση:



Στο σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι κρουστικές δυνάμεις στην διάρκεια της κρούσης. Με βάση αυτές, η ράβδος (2) θα κινηθεί μεταφορικά αποκτώντας κάποια ταχύτητα υ_2, όπου από το γενικευμένου νόμο του Νεύτωνα, παίρνουμε:

$$\frac{d\vec{p}_2}{dt} = \vec{F}_2 \rightarrow m_2\upsilon_2 = \int F_2 dt \quad (1)$$

Αφού τα σημεία Ο και Γ έχουν την ίδια ταχύτητα υ_1 μετά την κρούση, η κίνηση της ράβδου είναι μεταφορική.

Η ροπή της F_1 θα προκαλέσει την μεταβολή της στροφορμής της ράβδου (1), ως προς το κέντρο μάζας της Ο:

$$\frac{d\vec{L}_1}{dt} = \vec{F}_1 \rightarrow \Delta L = \int (F_1 \cdot d)dt \rightarrow 0 - I\omega = -d\int F_2 dt \xrightarrow{(1)}$$

$$I\omega = m_2\upsilon_2 \cdot d \quad (2)$$

Αλλά $\upsilon_\Gamma=\upsilon_{cm}+\omega\cdot d \rightarrow \omega$=2r/s , ενώ I_{cm}= $ml^2/12$=3kg·m^2, οπότε $m_2\upsilon_2=\frac{I\omega}{d}$ =6kg·m/s.

Εναλλακτικά:

Από ΑΔΣ, ως προς το κ.μ. Ο της ράβδου (1):

$$\vec{L}_{ολ.πριν} = \vec{L}_{ολ.μετ} \rightarrow I\omega = m_2\upsilon_2 d \rightarrow m_2\upsilon_2 = \frac{I\omega}{d} = ... = 6kg \cdot m/s$$

Από ΑΔΟ για την κρούση:

$$m_1\upsilon_0 = m_1\upsilon_1 + m_2\upsilon_2 \rightarrow \upsilon_1 = 2,5m/s$$

Αλλά τότε από την διατήρηση της κινητικής ενέργειας έχουμε:

$$K_2 = K_{1,\alpha\rho\chi} - K_{1,\tau\varepsilon\lambda} = \frac{1}{2}m_1\upsilon_0^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 - \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 = \ldots = 25,5J$$

dmargaris@gmail.com