

Και αν η σκάλα γλιστράει;

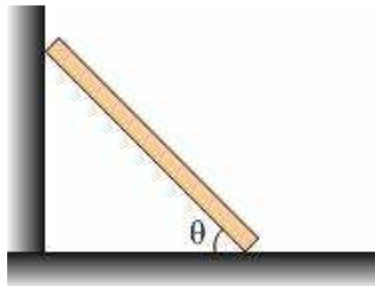
Αυστηρώς Ακατάλληλη για μαθητές.

Μόνο για καθηγητές.

Από ανώνυμο αναγνώστη ζητήθηκε να λυθεί μια άσκηση σαν το πρόβλημα 4.58 του βιβλίου στην περίπτωση που η σκάλα ολισθαίνει.

Στο μεταξύ μεσολάβησε η ανάρτηση [Ολίσθηση ράβδου](#) της συναδέλφου Ελευθερίας Νασίκα με παρόμοιο θέμα και η οποία προτείνεται να μελετηθεί πριν την παρούσα άσκηση.

Μια ομογενής ράβδος μήκους l αφήνεται από την κατακόρυφη θέση να ολισθήσει, σε επαφή με ένα κατακόρυφο λείο τοίχο, μέχρι να φτάσει στο επίσης λείο έδαφος.



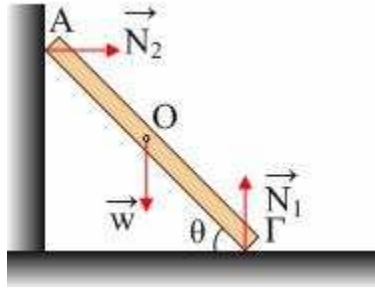
Ζητούνται σε συνάρτηση με την γωνία θ που σχηματίζει η ράβδος με το έδαφος:

- 1) Η ταχύτητα του κέντρου μάζας και
- 2) η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής της ράβδου.

Δίνεται $I_{cm} = ml^2/12$.

Απάντηση:

1) Έστω η ράβδος σε μια τυχαία θέση που σχηματίζει γωνία θ με το έδαφος. Στο σχήμα φαίνονται οι δυνάμεις που ασκούνται πάνω της.



Από τον 2^ο Νόμο του Νεύτωνα για την μεταφορική κίνηση παίρνουμε:

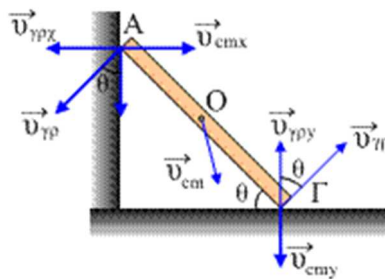
$$\Sigma F_x = m \cdot a_x \rightarrow N_2 = m \cdot a_x \quad (1)$$

$$\Sigma F_y = m \cdot a_y \rightarrow w - N_1 = m \cdot a_y \quad (2)$$

Ενώ αντίστοιχα για την στροφική κίνηση έχουμε:

$$\Sigma \tau = I \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \rightarrow$$

$$N_1 \cdot \frac{l}{2} \sigma\upsilon\nu\theta - N_2 \cdot \frac{l}{2} \eta\mu\theta = I \alpha_{\gamma\omega\nu} \quad (3)$$



Για το σημείο A:

$$\Sigma v_x = 0 \rightarrow$$

$$v_{cmx} = v_{\gamma\rho x} = v_{\gamma\rho} \eta\mu\theta \rightarrow$$

$$v_{cmx} = \omega R \eta\mu\theta \rightarrow$$

$$v_{cmx} = \omega \frac{l}{2} \eta\mu\theta \quad (4)$$

Για το άκρο Γ:

$$\Sigma v_y = 0 \rightarrow$$

$$v_{cm_y} = \omega R \cdot \sigma \nu \theta \rightarrow$$

$$v_{cm_y} = \omega \frac{l}{2} \sigma \nu \theta \quad (5)$$

Από (4) και (5) έχουμε:

$$v_{cm} = \sqrt{v_{cm_x}^2 + v_{cm_y}^2} = \omega \frac{l}{2} \quad (6)$$

Εφαρμόζοντας την ΑΔΜΕ μεταξύ της αρχικής κατακόρυφης θέσης και της θέσης που φαίνεται στο σχήμα έχουμε, θεωρώντας στο οριζόντιο επίπεδο που περνά από το Ο ως $U=0$ έχουμε:

$$mg \frac{l}{2} = mg \frac{l}{2} \eta \mu \theta + \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} I \omega^2 \quad (7)$$

Από την (7) και (6) παίρνουμε:

$$v_{cm} = \sqrt{\frac{3}{4} g l (1 - \eta \mu \theta)} \quad \text{και}$$
$$\omega = \sqrt{\frac{3g}{l} (1 - \eta \mu \theta)}$$

dmargaris@sch.gr