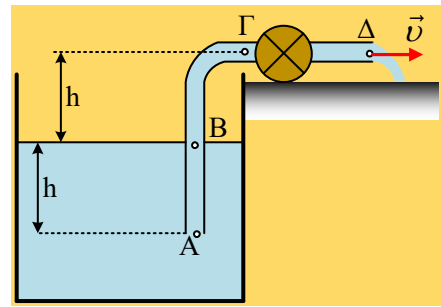


## Γνωρίζοντας την ισχύ της αντλίας

Μια αντλία, με την βοήθεια σωλήνα σταθερής διατομής, αντλεί νερό από δεξαμενή δουλεύοντας με ισχύ  $P_a = 3gh(dm/dt)$ ,  $h$  η κατακόρυφη απόσταση μεταξύ του άκρου εκροής του σωλήνα (σημείο  $\Delta$ ) και της επιφάνειας του νερού στη δεξαμενή (σημείο B), αλλά και το βάθος που βυθίζεται κατακόρυφα ο σωλήνας στο νερό και  $dm/dt$  ο ρυθμός με τον οποίο μεταφέρεται η μάζα του νερού. Η ροή θεωρείται μόνιμη ροή ιδανικού ρευστού.



i) Η ταχύτητα εκροής του νερού, έχει μέτρο:

$$\alpha) v = \sqrt{2gh} \quad \beta) v = \sqrt{3gh} \quad \gamma) v = \sqrt{4gh}$$

ii) Η πίεση στο σημείο B (στο εσωτερικό του σωλήνα στο επίπεδο της ελεύθερης επιφάνειας), είναι ίση:

$$\alpha) p_B < p_{\text{ατμ}}, \quad \beta) p_B = p_{\text{ατμ}}, \quad \gamma) p_B > p_{\text{ατμ}}.$$

iii) Η πίεση στο σημείο A (στο εσωτερικό του σωλήνα, στο κάτω άκρο του ) είναι ίση:

$$\alpha) p_A = p_{\text{ατμ}} + \rho gh \quad \beta) p_A = p_B + \rho gh \quad \gamma) p_A > p_{\text{ατμ}} + \rho gh.$$

### Απάντηση:

i) Τι ακριβώς κάνει η αντλία; Μεταφέρει νερό από την επιφάνεια της δεξαμενής στο ύψος του σημείου  $\Delta$ , ενώ ταυτόχρονα του αυξάνει την κινητική ενέργεια. Έτσι η ισχύς της αντλίας θα είναι ίση:

$$P_a = \frac{dW}{dt} = \frac{dK}{dt} + \frac{dU}{dt} = \frac{1}{2} \frac{dm \cdot v^2}{dt} + \frac{dm \cdot gy}{dt} \rightarrow$$

$$P_a = \frac{1}{2} \frac{\rho dV \cdot v^2}{dt} + \frac{\rho dV \cdot g \cdot 2h}{dt} = \left( \frac{1}{2} \rho \cdot v^2 \right) \cdot \frac{dV}{dt} + 2\rho gh \cdot \frac{dV}{dt} \rightarrow$$

$$P_a = \left( \frac{1}{2} \rho \cdot v^2 + 2\rho gh \right) \cdot \frac{dV}{dt} \quad (1)$$

Όμως από τα δεδομένα, έχουμε:

$$P_a = 3gh \frac{dm}{dt} = 3gh \frac{\rho dV}{dt} = 3\rho gh \frac{dV}{dt} \quad (2)$$

Από τις εξισώσεις (1) και (2) παίρνουμε:

$$\left( \frac{1}{2} \rho \cdot v^2 + 2\rho gh \right) \cdot \frac{dV}{dt} = 3\rho gh \frac{dV}{dt} \rightarrow \frac{1}{2} \rho \cdot v^2 = \rho gh \rightarrow$$

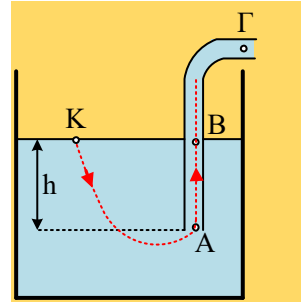
$$v = \sqrt{2gh}$$

Σωστό το α).

- ii) Στο σχήμα βλέπουμε μια ρευματική γραμμή η οποία συνδέει το σημείο Κ στην επιφάνεια της δεξαμενής, με τα σημεία Α και Β. Εφαρμόζοντας την εξίσωση Bernoulli μεταξύ των σημείων Κ και Β παίρνουμε:

$$p_K + \frac{1}{2} \rho v_K^2 = p_B + \frac{1}{2} \rho v_B^2 \xrightarrow{v_K=0}$$

$$p_B = p_{\text{ατμ}} - \frac{1}{2} \rho v_B^2 < p_{\text{ατμ}}$$



Όπου θεωρήσαμε ότι η ταχύτητα ροής στο Κ είναι μηδενική, αφού το εμβαδόν της επιφάνειας είναι πολύ μεγαλύτερο από την διατομή του σωλήνα. Σωστό το α)

- iii) Εφαρμόζοντας ξανά την εξίσωση Bernoulli μεταξύ των σημείων Α και Β παίρνουμε:

$$p_A + \frac{1}{2} \rho v_A^2 = p_B + \rho gh + \frac{1}{2} \rho v_B^2 \xrightarrow{v_A=v_B}$$

$$p_A = p_B + \rho gh$$

Αφού από την εξίσωση της συνέχειας  $v_A \cdot A_S = v_B \cdot A_S \rightarrow v_A = v_B$ .

Σωστό το β)

[dmargaris@gmail.com](mailto:dmargaris@gmail.com)