# Η ράβδος σε ισορροπία, παρά την ταλάντωση

Μια ομογενής ράβδος ΑΒ βάρους w=200Ν, ηρεμεί σε οριζόντια θέση, στηριζόμενη σε τρίποδο στο σημείο Γ, ενώ δένεται στο άκρο κατακόρυφου νήματος στο σημείο Ο. Στο άκρο Β έχει προσδεθεί ιδανικό κατακόρυφο ελατήριο σταθεράς k=200Ν/m, στο κάτω άκρο του οποίου, ηρεμεί ένα σώμα Σ μάζας m=5kg, όπως στο σχήμα.

i) Να υπολογιστεί η τάση του νήματος.

ii) Εκτρέπουμε το σώμα Σ κατακόρυφα προς τα κάτω κατά y1=0,2m και τη στιγμή t=0, το αφήνουμε ελεύθερο να εκτελέσει αατ. Θεωρώντας την προς τα πάνω κατεύθυνση ως θετική, να βρεθούν οι εξισώσεις και να γίνουν οι γραφικές παραστάσεις:

α) Της δύναμης του ελατηρίου η οποία ασκείται στο σώμα Σ.

β) Της τάσης του νήματος, η οποία ασκείται στη ράβδο.

iii) Επαναλαμβάνουμε το πείραμα, αλλά τώρα εκτρέπουμε το σώμα Σ προς τα κάτω κατά y2=0,5m και το αφήνουμε να ταλαντωθεί.

α) Να αποδείξετε ότι θα σπάσει το νήμα και θα καταστραφεί η ισορροπία, πριν το σώμα φτάσει στην άνω ακραία θέση της ταλάντωσής του.

β) Να υπολογιστεί η κινητική ενέργεια του σώματος Σ, τη στιγμή που κόβεται το νήμα.

Δίνεται το όριο θραύσεως του νήματος Τθ=120Ν, g=10m/s2, π2≈10, ενώ για τις αποστάσεις που βλέπετε στο σχήμα (ΑΟ)=(ΟΚ)=(ΚΓ)=ΓΒ)=1m.

***Απάντηση:***

* 1. Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις στο σώμα Σ και στην ράβδο. Από την ισορροπίας του σώματος Σ, παίρνουμε:



Οπότε το ελατήριο ασκεί στη ράβδο κατακόρυφη δύναμη, με κατεύθυνση προς τα κάτω, μέτρου Fελ΄=50Ν.

Από την συνθήκη ισορροπίας της ράβδου, με θετικές ροπές τις αριστερόστροφες παίρνουμε:

*ΣτΓ=0 → -Τ∙(ΟΓ)+w∙(ΚΓ)+Ν∙0-Fελ΄∙ΓΒ) =0* → με αντικατάσταση:

*-Τ∙2+200∙1-50∙1 → Τ=75Ν*

* 1. Το σώμα Σ. τη στιγμή t=0 ξεκινά να ταλαντώνεται, με μηδενική αρχική ταχύτητα και με αρχική απομάκρυνση y=-0,2m, αφού έχουμε την προς τα πάνω κατεύθυνση. Αλλά τότε το πλάτος θα είναι ίσο με Α1=0,2m και ξεκινώντας το σώμα από την ακραία αρνητική απομάκρυνσή του θα έχει αρχική φάση απομάκρυνσης φο=3π/2, ενώ:



Με βάση αυτά η εξίσωση της απομάκρυνσής του παίρνει τη μορφή:



α) Από το 2ο νόμο του Νεύτωνα για το σώμα Σ παίρνουμε:



Με γραφική παράσταση αυτή του διπλανού σχήματος, λαμβάνοντας υπόψη ότι η περίοδος είναι Τ=1s.

Αξίζει να παρατηρήσουμε ότι η δύναμη από το ελατήριο στο σώμα Σ έχει φορά πάντα προς τα πάνω ή ισοδύναμα το ελατήριο ασκεί δύναμη στην ράβδο διαρκώς προς τα κάτω.

β) Παίρνουμε ξανά τις ροπές στην ράβδο ως προς το σημείο Γ και έχουμε:

*ΣτΓ=0 → -Τ∙(ΟΓ)+w∙(ΚΓ)+Ν∙0- Fελ΄∙ΓΒ) =0*

με αντικατάσταση, όπου δουλεύουμε με μέτρα δυνάμεων, οπότε:





Οπότε η ζητούμενη γραφική παράσταση έχει την μορφή του παραπάνω σχήματος.

* 1. Μπορούμε να υπολογίσουμε το μέτρο της τάσης του νήματος, όταν το ελατήριο αποκτήσει το φυσικό μήκος του, για να προσδιορίσουμε αν θα σπάσει πριν η μετά την θέση αυτή, οπότε να σχεδιάσουμε σωστά την δύναμη του ελατηρίου στην ράβδο. Από την συνθήκη ισορροπίας για την περίπτωση αυτή, παίρνουμε:

*ΣτΓ=0 →*

*-Το ∙(ΟΓ)+w∙(ΚΓ)+Ν∙0- Fελ΄∙ΓΒ) =0 →*

*-Το ∙2 +200∙1 =0 → Το=100Ν*

Πράγμα που σημαίνει ότι το νήμα … αντέχει. Αλλά τότε, αν σπάσει, αυτό θα συμβεί με το ελατήριο συμπιεσμένο, οπότε η ράβδος δέχεται δύναμη προς τα πάνω, όπως στο σχήμα.

α) Έστω μια στιγμή t΄ όπου η τάση του νήματος παίρνει την τιμή Τθ=120Ν (οριακά πριν σπάσει…). Από την συνθήκη ισορροπίας για την ράβδο, παίρνουμε:

*ΣτΓ=0 → -Τθ ∙(ΟΓ)+w∙(ΚΓ)+Ν∙0+ Fελ΄∙ΓΒ) =0 →*

*-120 ∙2 +200∙1+Fελ΄∙1=0 →*

 *Fελ΄=40Ν*

Αυτό σημαίνει ότι το ελατήριο έχει συσπειρωθεί κατά:

,

οπότε με βάση το διπλανό σχήμα, όπου:



το σώμα Σ έχει απομάκρυνση από την θέση ισορροπίας του:



Όταν δηλαδή το σώμα βρεθεί πάνω από την θέση ισορροπίας σε απομάκρυνση y2=0,45m, η τάση του νήματος θα γίνει ίση με το όριο θραύσεως του νήματος (Τθρ=120Ν) και το νήμα θα κοπεί. Αλλά τότε θα καταστραφεί και η ισορροπία της ράβδου και η ταλάντωση του σώματος Σ.

β) Η ενέργεια ταλάντωσης του σώματος Σ, παραμένει σταθερή, οπότε για την κινητική ενέργεια του σώματος, τη στιγμή που σπάει το νήμα, θα έχουμε:



***dmargaris@gmail.com***