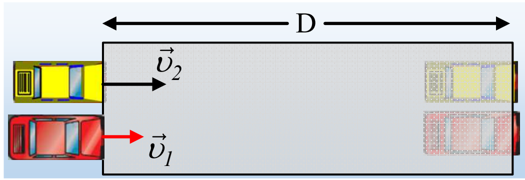
Ας δούμε και ένα πρόβλημα Κινηματικής



Σε ευθύγραμμο δρόμο κινούνται με σταθερές ταχύτητες υ_1=78km/h και υ_2=108km/h, δύο αυτοκίνητα και σε μια στιγμή t=0 μπαίνουν ταυτόχρονα σε ένα τούνελ, από το οποίο βγαίνουν επίσης ταυτόχρονα, μετά από λίγο χρόνο. Για την κίνηση εντός του τούνελ, έχουμε τις πληροφορίες:

α) Το πρώτο αυτοκίνητο, κάποια στιγμή t_1 απέκτησε σταθερή επιτάχυνση α_1=2m/s^2, προσέχοντας να μην ξεπεράσει την ταχύτητα των 40m/s, την οποία διατήρησε σταθερή στη συνέχεια.

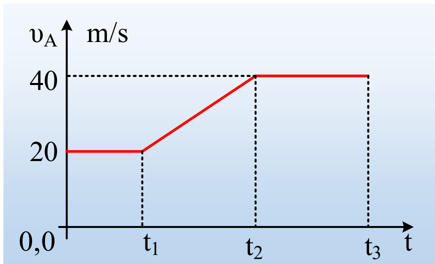
β) Το δεύτερο αυτοκίνητο δεν άλλαξε ταχύτητα στη διάρκεια της κίνησής του.

i) Να βρεθεί το μήκος του τούνελ D, σε συνάρτηση με τη χρονική στιγμή t_1, όπου άρχισε να επιταχύνεται το πρώτο αυτοκίνητο.

ii) Πόσο θα απείχε το πρώτο αυτοκίνητο από την έξοδο του τούνελ τη στιγμή που θα άρχιζε η έξοδος του δεύτερου αυτοκινήτου, αν ο οδηγός του ξεκίναγε την επιτάχυνση του αυτοκινήτου του, 4s γρηγορότερα από την στιγμή t_1;

iii) Να βρεθεί το μήκος του τούνελ, αν το πρώτο αυτοκίνητο κινήθηκε επί χρονικό διάστημα Δt=8s με την τελική του ταχύτητα.

Απάντηση:



Με βάση την περιγραφή της κίνησης του πρώτου αυτοκινήτου, σχεδιάζουμε ένα ποιοτικό διάγραμμα για την μεταβολή της ταχύτητάς του σε συνάρτηση με το χρόνο, όπως στο διπλανό σχήμα. Οι αρχικές ταχύτητες των αυτοκινήτων είναι υ_1=78km/h=20m/s και υ_2=108km/h=30m/s.

i) Στο διπλανό διάγραμμα το εμβαδόν μεταξύ της γραφικής παράστασης και του άξονα των χρόνων, είναι αριθμητικά ίσο με την μετατόπιση του αυτοκινήτου. Οπότε αν t_3 η χρονική στιγμή της εξόδου των δύο αυτοκινήτων από το τούνελ παίρνουμε για τις μετατοπίσεις τους:

$$\Delta x_1 = \Delta x_2 \rightarrow$$

$$20 \cdot t_1 + \frac{20+40}{2}(t_2 - t_1) + 40 \cdot (t_3 - t_2) = 30 \cdot t_3 \quad (1)$$

Όμως στο χρονικό διάστημα της επιτάχυνσης του πρώτου αυτοκινήτου έχουμε:

$$\alpha_1 = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} \rightarrow \Delta t = t_2 - t_1 = \frac{\Delta\upsilon}{\alpha_1} = \frac{40-20}{2} s = 10s$$

Οπότε η εξίσωση (1) μας δίνει:

$$20 \cdot t_1 + \frac{20+40}{2} \cdot 10 + 40 \cdot (t_3 - t_1 - 10) = 30 \cdot t_3 \quad \rightarrow$$

$$20\cdot t_1+300+40\cdot t_3-40\cdot t_1-400=30\cdot t_3\Rightarrow$$
$$t_3=2t_1+10\quad (S.I.)\ \ (2)$$

Αλλά τότε το μήκος D του τούνελ, ίσο με την μετατόπιση του δεύτερου αυτοκινήτου, θα είναι:

$$D=\upsilon_2\cdot t_3=30\cdot t_3=30\left(2t_1+10\right)=60\cdot t_1+300\ \ (S.I.)\ (3)$$

ii) Αν το πρώτο αυτοκίνητο ξεκινούσε πιο νωρίς κατά 4s την επιταχυνόμενη κίνησή του, τότε μέχρι τη στιγμή t_3 θα είχε μετατοπισθεί κατά:

$$\Delta x_1'=20\cdot\left(t_1-4\right)+\frac{20+40}{2}\cdot 10+40\cdot\left(t_3-(t_1-4)-10\right)\rightarrow$$
$$\Delta x_1'=20\cdot t_1-80+300+40\cdot\left(t_3-t_1-10\right)+40\cdot 4=\Delta x_1+80m\Rightarrow$$
$$\Delta x_1'=D+80m$$

Συνεπώς τη στιγμή που αρχίζει η έξοδος του δεύτερου αυτοκινήτου, το πρώτο προηγείται κατά 80m.

iii) Το χρονικό διάστημα που το πρώτο αυτοκίνητο κινήθηκε με την τελική του ταχύτητα είναι:

$$\Delta t=t_3-t_2\xrightarrow{\sigma\chi\acute{\eta}\mu\alpha}\Delta t=t_3-(t_1+10)\rightarrow$$
$$t_3=(t_1+10)+\Delta t=t_1+18\xrightarrow{(2)}$$
$$t_1+18=2t_1+10\Rightarrow$$
$$t_1=8s$$

Οπότε με αντικατάσταση στην σχέση (3) βρίσκουμε:

$$D=60\cdot t_1+300=60\cdot 8m+300m=780m$$

Υλικό Φυσικής-Χημείας

Γιατί το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους…

Επιμέλεια:

Διονύσης Μάργαρης