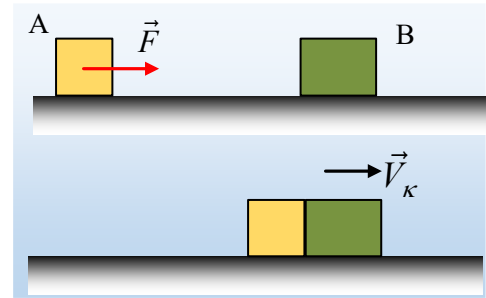


Ενέργειες σε δυο κινήσεις και μια πλαστική κρούση.

Σε οριζόντιο επίπεδο ηρεμούν δύο σώματα A και B με μάζες $m_1=2\text{kg}$ και m_2 , τα οποία εμφανίζουν τον ίδιο συντελεστή τριβής ολίσθησης με το επίπεδο. Σε μια στιγμή ασκούμε μια σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου $F=10\text{N}$ στο σώμα A, με αποτέλεσμα να κινηθεί προς το σώμα B, με το οποίο συγκρούεται πλαστικά μετά από χρονικό διάστημα $\Delta t_1=4\text{s}$. Τη στιγμή της κρούσης, παύει να ασκείται στο σώμα η δύναμη F, ενώ το συσσωμάτωμα αποκτά αρχική ταχύτητα $V_\kappa=1,6\text{m/s}$ και σταματά, μετά από χρονικό διάστημα $\Delta t_2=0,4\text{s}$.



Χωρίς να χρησιμοποιείτε τις επιταχύνσεις των σωμάτων, ούτε εξισώσεις ταχύτητας και μετατόπισης για τις δύο κινήσεις, προσπαθήστε να απαντήσετε στα παρακάτω ερωτήματα:

- Ποιος ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ των σωμάτων και του επιπέδου;
- Ποια η ταχύτητα του σώματος A, ελάχιστα πριν την κρούση;
- Να υπολογιστεί η μάζα m_2 του B σώματος.
- Ποια η αρχική απόσταση των δύο σωμάτων και πόσο διάστημα διανύει το συσσωμάτωμα μετά την κρούση;
- Τι ποσοστό της ενέργειας που μεταφέρεται στο A σώμα, μέσω του έργου της δύναμης F:
 - Μετατρέπεται σε θερμική, εξαιτίας της τριβής, πριν την κρούση.
 - μετατρέπεται σε θερμική (και ενέργει μόνιμης παραμόρφωσης) στη διάρκεια της κρούσης.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

Απάντηση:

- i) Στο σχήμα, έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις στο συσσωμάτωμα, κατά την κίνησή του, μετά την κρούση. Από το γενικευμένο νόμο του Νεύτωνα, έχουμε

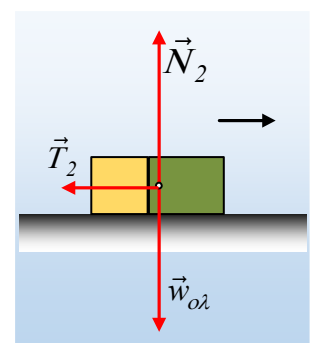
$$\left(\frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}\right)_{\text{στιγ}} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \left(\frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}\right)_{\text{μέσ}} = \Sigma \vec{F} = (\vec{w}_{ολ} + \vec{N}_2) + \vec{T}_2$$

Αφού η συνισταμένη δύναμη είναι σταθερή, οπότε ο στιγμιαίος ρυθμός μεταβολής της ορμής συμπίπτει με τον μέσο ρυθμό. Εξάλλου από την ισορροπία στην κατακόρυφη διεύθυνση έχουμε $\vec{w}_{ολ} + \vec{N}_2 = 0$, ενώ $|\vec{T}_2| = \mu N = \mu Mg$, όπου

$M = m_1 + m_2$ και η παραπάνω εξίσωση μετατρέπεται στην αλγεβρική:

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta t}\right)_{\text{μέσ}} = T_2 \Rightarrow \frac{0 - MV_\kappa}{\Delta t_2} = -\mu Mg \Rightarrow \mu = \frac{V_\kappa}{g \Delta t_2} = \frac{1,6}{10 \cdot 0,4} = 0,4$$

- ii) Εφαρμόζουμε τώρα το γενικευμένο νόμο για το A σώμα, μέχρι τη στιγμή της κρούσης, όπως παραπάνω:

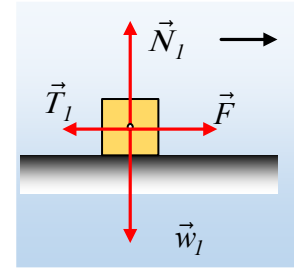


$$\left(\frac{\Delta \vec{p}_I}{\Delta t}\right)_{\text{στιγ}} = \frac{d\vec{p}_I}{dt} = \left(\frac{\Delta \vec{p}_I}{\Delta t}\right)_{\text{μέσ}} = \Sigma \vec{F} = (\vec{w}_I + \vec{N}_I) + \vec{F} + \vec{T}_I$$

Όπου $\vec{w}_I + \vec{N}_I = 0 \Rightarrow |N_I| = m_I g$ και $|T_I| = \mu m_I g = 8 N \rightarrow$

$$\left(\frac{\Delta p_I}{\Delta t}\right)_{\text{μέσ}} = F + T_I \Rightarrow \frac{m_I v_I - 0}{\Delta t_I} = F - \mu m_I g \Rightarrow$$

$$v_I = \frac{(F - \mu m_I g) \Delta t_I}{m_I} = \frac{(10 - 8) \cdot 4}{2} m/s = 4 m/s$$



iii) Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της ορμής για την πλαστική κρούση μεταξύ των σωμάτων:

$$\vec{p}_{\text{πριν}} = \vec{p}_{\text{μετά}} \xrightarrow{\text{αλγεβρικά}} m_I v_I + 0 = M V_K \Rightarrow$$

$$M = \frac{m_I v_I}{V_K} = \frac{2 \cdot 4}{1,6} kg = 5 kg \Rightarrow$$

$$m_1 + m_2 = M \rightarrow m_2 = M - m_1 = 5 kg - 2 kg = 3 kg$$

iv) Έστω x_1 η μετατόπιση του Α σώματος, μέχρι να συγκρουστεί με το Β σώμα. Για την παραπάνω μετατόπιση εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας (Θ.Μ.Κ.Ε.) παίρνοντας:

$$K_I - K_0 = W_{w_I} + W_{N_I} + W_F + W_{T_I} \quad (1)$$

Όμως $W_{w_I} = W_{N_I} = 0$, δυνάμεις κάθετες στην μετατόπιση, $W_F = F \cdot x_1$ και $W_{T_I} = -T_I \cdot x_1$, οπότε με αντικατάσταση στην (1) έχουμε:

$$\frac{1}{2} m_I v_I^2 - 0 = F x_1 - T_I x_1 \rightarrow x_1 = \frac{m_I v_I^2}{2(F - T_I)} = \frac{2 \cdot 4^2}{2(10 - 8)} m = 8 m$$

Ενώ με τον ίδιο τρόπο, για την κίνηση του συσσωματώματος μετά την κρούση, θα έχουμε:

$$K_{\tau} - K_{\alpha\rho} = W_{w_{\delta\lambda}} + W_{N_2} + W_{T_2} \quad (2)$$

Όπου $W_{w_{\delta\lambda}} = W_{N_2} = 0$, δυνάμεις κάθετες στην μετατόπιση και $W_{T_2} = -T_2 \cdot x_2 = -\mu M g \cdot x_2$, οπότε από (2):

$$0 - \frac{1}{2} M V_K^2 = -\mu M g x_2 \rightarrow x_2 = \frac{V_K^2}{2 \mu g} = \frac{1,6^2}{2 \cdot 0,4 \cdot 10} m = 0,32 m$$

v) Η ενέργεια που μεταφέρεται στο σώμα Α μέσω του έργου της δύναμης F, είναι ίσο με το έργο της:

$$W_F = F \cdot x_1 = 10 N \cdot 8 m = 80 J$$

α) Κατά την κίνηση του σώματος Α, μέχρι την κρούση του, του αφαιρείται ενέργεια, ίση με το έργο της τριβής, έργο το οποίο μετατρέπεται σε θερμική ενέργεια.

Έχουμε δηλαδή:

$$Q_{\theta} = |W_{T_I}| = T_I \cdot x_1 = 8 N \cdot 8 m = 64 J$$

Πώς το ποσόν αυτό το μετατρέπουμε σε ποσοστό;

$\left. \begin{array}{l} \text{Σε } W_F \text{ έχουμε } Q_\theta \\ \text{Στα } 100 \quad \quad \quad x; \end{array} \right\} x = \pi = \frac{Q_\theta}{W_F} 100\%$

Με αντικατάσταση:

$$\pi_1 = \frac{Q_\theta}{W_F} 100\% = \frac{64J}{80J} 100\% = 80\%$$

β) Η απώλεια της κινητικής ενέργειας κατά την πλαστική κρούση, η οποία μετατρέπεται αφενός σε θερμική ενέργεια, αφετέρου σε ενέργεια μόνιμης παραμόρφωσης, είναι ίση:

$$Q_{\pi\lambda} = |\Delta K| = K_{\pi\rho\nu} - K_{\mu\epsilon\tau} = \frac{1}{2} m v_1^2 - \frac{1}{2} M V_\kappa^2 \Rightarrow$$

$$Q_{\pi\lambda} = \frac{1}{2} 2 \cdot 4^2 J - \frac{1}{2} 5 \cdot 1,6^2 J = 9,6 J$$

Οπότε το ποσοστό θα είναι:

$$\pi_2 = \frac{Q_{\pi\lambda}}{W_F} 100\% = \frac{9,6J}{80J} 100\% = 12\%$$

Ερώτηση:

Παίζοντας με τα ποσοστά έχουμε $80\% + 12\% = 92\%$. Το υπόλοιπο τι έγινε;

Υλικό Φυσικής-Χημείας

Γιατί το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους...

Επιμέλεια:

Διονύσης Μάργαρης