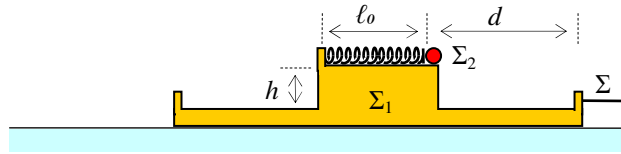


### Σώμα – κανό – ελατήριο



Ένα ελαφρύ κανό  $\Sigma_1$  συνολικής μάζας  $m_1$  επιπλέει, δεμένο από την προκυμαία με σκοινί  $\Sigma$ .

Το μεσαίο τμήμα του είναι υπερυψωμένο κατά ύψος  $h = 0,45 \text{ m}$  δημιουργώντας ένα λείο και οριζόντιο τραπέζι. Πάνω στο τραπέζι υπάρχει οριζόντιο ιδανικό ελατήριο, στερεωμένο στο αριστερό του άκρο σε σταθερή προεξοχή.

Στο δεξιό άκρο του τραπεζιού ισορροπεί σφαίρα  $\Sigma_2$  μικρών διαστάσεων και μάζας  $m_2$ . Στη θέση αυτή η σφαίρα εφάπτεται με το ελεύθερο άκρο του ελατηρίου.

Η οριζόντια απόσταση μέχρι την δεξιά άκρη του κανό είναι  $d = 2 \text{ m}$ .

**1.** Σπρώχνουμε προς τα αριστερά τη σφαίρα  $\Sigma_2$  ώστε το ελατήριο να συμπιεστεί κατά  $\Delta\ell$  και την αφήνουμε ελεύθερη, οπότε εκτινάσσεται οριζόντια από το ελατήριο και πέφτει στο κανό σε οριζόντια απόσταση  $S = 0,3 \cdot \sqrt{20} \text{ m}$  (περίπου  $1,34 \text{ m}$ ) από τη βάση του τραπεζιού. Να βρείτε την οριζόντια ταχύτητα με την οποία εγκαταλείπει η σφαίρα το ελατήριο.

**2.** Επαναλαμβάνουμε το πείραμα, προκαλώντας πάλι ίδια συσπίρωση  $\Delta\ell$  στο ελατήριο, αλλά τώρα τη στιγμή που αφήνουμε τη σφαίρα ελεύθερη, κόβουμε ταυτόχρονα και το σκοινί  $\Sigma$ , ώστε να μπορεί και το κανό να κινηθεί. Ζητούνται:

**i)** Οι ταχύτητες των  $\Sigma_1, \Sigma_2$  τη στιγμή που το ελατήριο αποκτά το φυσικό του μήκος.

**ii)** Η οριζόντια απόσταση από τη βάση του τραπεζιού στην οποία συναντά η σφαίρα το κανό.

Δίνονται:  $m_1 = 4 \cdot m_2$  ,  $m_2 = 2 \text{ kg}$  ,  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

### ΑΠΑΝΤΗΣΗ

**1.** Το κανό μένει ακίνητο αφού είναι δεμένο, ενώ η σφαίρα κάνει οριζόντια βολή, εγκαταλείποντας το ελατήριο με ταχύτητα  $v_0$ :

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}} = 0,3 \text{ s}$$

$$S = v_0 \cdot t \rightarrow v_0 = S / t = \sqrt{20} \text{ m/s}$$

**2. i)** Υπολογίζουμε πρώτα τη δυναμική ενέργεια  $U$  του συμπιεσμένου ελατηρίου, ίδια με αυτή του 1<sup>ου</sup> ερωτήματος (ίδια  $\Delta\ell$ ):  $U = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v_0^2 = 20 \text{ J}$ .

Η  $U$  μετατρέπεται τώρα σε κινητική και στα δύο σώματα  $\Sigma_1, \Sigma_2$  που αποκτούν έτσι αντίρροπες ταχύτητες μέτρων  $v_1, v_2$ .

Το σύστημά τους είναι μονωμένο, οπότε:

$$0 = P_1 + P_2 = 0 \rightarrow m_1 \cdot v_1 - m_2 \cdot v_2 = 0 \rightarrow v_2 = 4 \cdot v_1$$

$$\frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v_1^2 + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot v_2^2 = U \rightarrow \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot v_1^2 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 16 \cdot v_1^2 = 20 \rightarrow v_1 = 1 \text{ m/s} \text{ και } v_2 = 4 \text{ m/s}$$

**2. ii)** Τη στιγμή της εκτίναξης η σφαίρα έχει ταχύτητα  $v_2$  προς τα δεξιά, ενώ το τραπέζι μαζί με το κανό κινείται με αντίρροπη ταχύτητα  $v_1$ . Ο (κοινός) χρόνος κίνησης  $t$  είναι αυτός του 1<sup>ου</sup> ερωτήματος, οπότε η σφαίρα πέφτει στο δάπεδο του κανό σε οριζόντια απόσταση  $S'$  από το τραπέζι:

$$S' = S_2 + S_1 = (v_2 + v_1) \cdot t = 1,5 \text{ m}$$

---

*Διονύσης Μητρόπουλος*