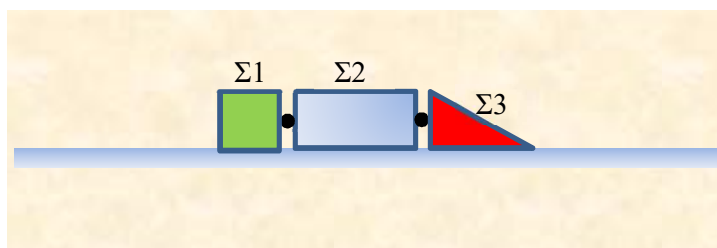


### Μετά την εκτόξευση πως θα σταματήσει;

Μια ομάδα μαθητών, θέλοντας να μελετήσει την αρχή διατήρησης ορμής κατά τη διάσπαση ενός συστήματος σωμάτων, έφτιαξε τη διάταξη του σχήματος, που μοιάζει με πύραυλο και αποτελείται από τρία σώματα, σε επαφή μεταξύ τους, που ηρεμούν πάνω



σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Το μεσαίο σώμα Σ2 έχει μάζα  $M = 6\text{Kg}$  και τα ακραία Σ1 και Σ3 έχουν ίσες μάζες  $m = 2\text{kg}$  το καθένα. Μεταξύ των σωμάτων τοποθέτησαν ελάχιστη ποσότητα εκρηκτικού υλικού και φυτίλια κατάλληλου μήκους, τα οποία και άναψαν, ώστε να πυροδοτήσουν διαδοχικά τα εκρηκτικά σε καθορισμένες χρονικές στιγμές.

Τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$ , το Σ1 εκτοξεύεται προς τα αριστερά, με ταχύτητα  $\vec{v}_1$  μέτρου  $|\vec{v}_1| = 4\text{m/s}$ , ενώ τη χρονική στιγμή  $t_1 = 0,8\text{s}$ , το Σ3 εκτοξεύεται προς τα δεξιά, με ταχύτητα  $\vec{v}_3$  μέτρου  $|\vec{v}_3| = 5\text{m/s}$ . Οι ταχύτητες είναι μετρημένες από έναν ακίνητο παρατηρητή, οι εκρήξεις διαρκούν αμελητέο χρονικό διάστημα και η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

- Ποια είναι η ταχύτητα  $\vec{v}_2$  του τμήματος Σ2-Σ3, αμέσως μετά την εκτόξευση του Σ1;
- Ποια είναι η ταχύτητα του Σ2 αμέσως μετά την εκτόξευση του Σ3;
- Ποιο είναι το συνολικό ποσό της ενέργειας που εκλύθηκε από τα εκρηκτικά, αν το 58,7% αυτής έγινε θερμότητα και ακτινοβολία;
- Ποια θα είναι η μετατόπιση κάθε σώματος τη χρονική στιγμή  $t_2 = 2,8\text{s}$ ;
- Ποια θα έπρεπε να είναι η ταχύτητα εκτόξευσης του Σ3 ώστε το Σ2 να ακινητοποιηθεί;

### Απάντηση

α) Το σύστημα των σωμάτων Σ1 και Σ2-Σ3 είναι μονωμένο αφού τα βάρη εξουδετερώνονται από τις κάθετες δυνάμεις στήριξης του δαπέδου. Άρα μπορούμε να εφαρμόσουμε την ΑΔΟ. Θεωρούμε θετική φορά προς τα δεξιά (σχήμα 1).

$$\vec{P}_{\text{συστ. ΠΡΙΝ}} = \vec{P}_{\text{συστ. ΜΕΤΑ}}$$

$$\Leftrightarrow 0 = m \cdot v_1 + (M + m) \cdot v_2$$

$$\Leftrightarrow v_2 = -\frac{m \cdot v_1}{M + m} \quad (1)$$

Με αντικατάσταση των αλγεβρικών τιμών ταχυτήτων η σχέση (1) δίνει

$$v_2 = -\frac{2 \cdot (-4)}{6 + 2} \Leftrightarrow v_2 = +1\text{m/s}$$

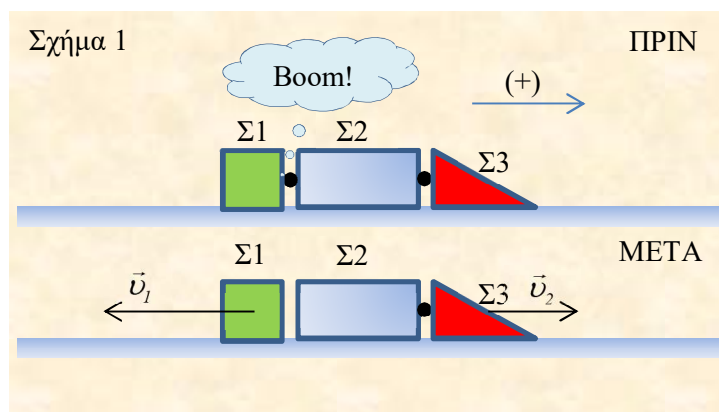
Το θετικό πρόσημο δείχνει ότι το σύστημα Σ2-Σ3 εκτοξεύεται προς τα δεξιά.

β) Το σύστημα των σωμάτων Σ2 και Σ3 είναι επίσης μονωμένο. Εφαρμόζοντας πάλι την ΑΔΟ, έχουμε:

$$\vec{P}_{\text{συστ. ΠΡΙΝ}} = \vec{P}_{\text{συστ. ΜΕΤΑ}}$$

$$\Leftrightarrow (M + m) \cdot v_2 = M \cdot v_2 + m \cdot v_3$$

$$\Leftrightarrow M \cdot v_2 + m v_2 = M \cdot v_2 + m \cdot v_3$$



$$\Leftrightarrow M \cdot v_2 = M \cdot v_2 + m \cdot (v_2 - v_3)$$

$$\Leftrightarrow v_2 = \frac{M \cdot v_2 + m \cdot (v_2 - v_3)}{M} \quad (2)$$

Με αντικατάσταση των αλγεβρικών τιμών ταχυτήτων η σχέση (2) δίνει

$$v_2 = \frac{6 \cdot 1 + 2 \cdot (1 - 5)}{6} \Leftrightarrow v_2 = \frac{-2}{6} \Leftrightarrow v_2 = -\frac{1}{3} m/s$$

Το αρνητικό πρόσημο δείχνει ότι το σώμα Σ2 τελικά εκτοξεύεται προς τα αριστερά, όπως φαίνεται και στο σχήμα 2.

γ) Η μεταβολή της κινητικής ενέργειας του συστήματος είναι

$$\Delta K_{\text{συστ}} = K_{\text{συστ,ΤΕΛ}} - K_{\text{συστ,ΑΡΧ}} = \frac{1}{2} m v_1^2 + \frac{1}{2} M v_2^2 + \frac{1}{2} m v_3^2 - 0$$

$$= \frac{1}{2} m (v_1^2 + v_3^2) + \frac{1}{2} M v_2^2$$

$$= 1 \cdot (16 + 25) + 3 \cdot \frac{1}{9} = 41 + 0,3 = 41,3 J$$

Σύμφωνα με την ΑΔΕ αν  $E$  η ενέργεια που εκλύεται από τα εκρηκτικά,

$$E = Q + \Delta K_{\text{συστ}} \Leftrightarrow E = 0,587 E + \Delta K_{\text{συστ}} \Leftrightarrow \Delta K_{\text{συστ}} = 0,413 \cdot E$$

$$\Leftrightarrow E = \frac{\Delta K_{\text{συστ}}}{0,413} \Leftrightarrow E = \frac{41,3}{0,413} \Leftrightarrow E = 100 J$$

δ) Το Σ1:

$$\Delta x_1 = v_1 \cdot (t_2 - t_0) = -4 \cdot 2,8 = -11,2 m$$

Το Σ2:

$$\Delta x_2 = \Delta x_{2(t_0 \rightarrow t_1)} + \Delta x_{2(t_1 \rightarrow t_2)} = v_2 \cdot (t_1 - t_0) + v_2 (t_2 - t_1)$$

$$= 1 \cdot 0,8 + \left(-\frac{1}{3}\right) \cdot 2 = 0,80 - 0,67 = +0,13 m$$

Το Σ3:

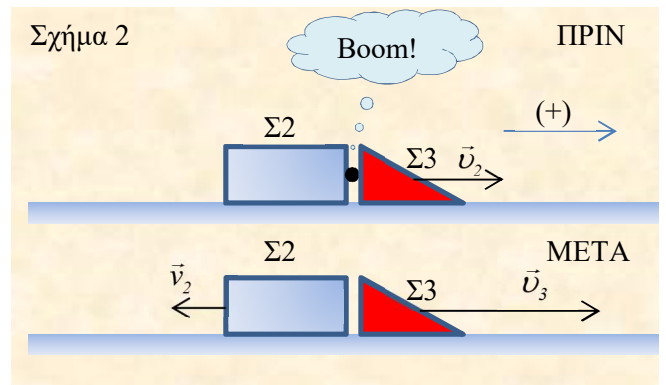
$$\Delta x_3 = \Delta x_{3(t_0 \rightarrow t_1)} + \Delta x_{3(t_1 \rightarrow t_2)} = v_2 \cdot (t_1 - t_0) + v_3 (t_2 - t_1)$$

$$= 1 \cdot 0,8 + (+5) \cdot 2 = 0,8 + 10 = +10,8 m$$

ε) Αν θέλουμε το Σ2 να σταματήσει, θέτουμε στην εξίσωση (2),

$$v_2 = 0 \Leftrightarrow 0 = \frac{M \cdot v_2 + m \cdot (v_2 - v_3)}{M} \Leftrightarrow M \cdot v_2 + m \cdot (v_2 - v_3) = 0$$

$$\Leftrightarrow m \cdot (v_3 - v_2) = M \cdot v_2 \Leftrightarrow 2 \cdot (v_3 - 1) = 6 \cdot 1 \Leftrightarrow v_3 - 1 = 3 \Leftrightarrow v_3 = +4 m/s$$



### Σχόλιο

Κάπως έτσι προωθούμε έναν πύραυλο, με τη μάζα των καυσαερίων να εκτοξεύεται προς ορισμένη κατεύθυνση, οπότε ο πύραυλος φεύγει προς την αντίθετη. Ομοίως στο φρενάρισμα, επειδή ο πύραυλος δεν έχει ...φρένα, μια μάζα καυσαερίων πρέπει να εκτοξευτεί αντίθετα από την κατεύθυνση κίνησης του πυραύλου. Δείτε πως φρενάρει ένας πύραυλος της εταιρείας SpaceX, κατά την επάνοδό του στη Γη.

[SpaceX Falcon Heavy Side Boosters Landing](#)

## Υλικό Φυσικής-Χημείας

Γιατί το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους...

Επιμέλεια:

*Ανδρέας Φιζόπουλος*