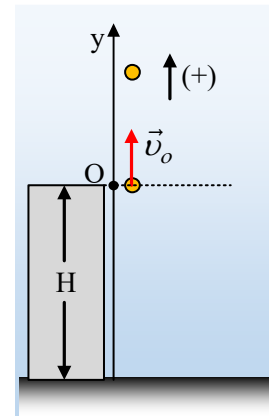


Μια κατακόρυφη βολή, πάνω-κάτω!

Από ένα σημείο O σε ύψος H, εκτοξεύεται σε μια στιγμή $t_0=0$, κατακόρυφα προς τα πάνω μια μπάλα, με αρχική ταχύτητα μέτρου $v_0=10\text{m/s}$.

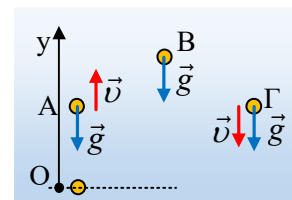


- i) Να πάρετε στο σχήμα μια θέση A που η μπάλα ανεβαίνει, τη θέση B στο μέγιστο ύψος και μια θέση Γ, όπου η μπάλα κατεβαίνει και να σχεδιάσετε την επιτάχυνση της μπάλας και στις τρεις παραπάνω θέσεις.
- ii) Θέλοντας να μελετήσουμε την κίνηση της μπάλας παίρνουμε έναν κατακόρυφο άξονα με αρχή το σημείο O και θετική φορά προς τα πάνω. Με βάση τον άξονα αυτό να δώσετε τις εξισώσεις σε συνάρτηση με το χρόνο της ταχύτητας και της θέσης της μπάλας ($v-t$ και $y-t$).
- iii) Ποια χρονική στιγμή t_1 η μπάλα βρίσκεται στο μέγιστο ύψος, στη θέση B, και πόσο απέχει τότε από το σημείο εκτόξευσης O;
- iv) Ποια χρονική στιγμή t_2 η μπάλα επιστρέφει στο σημείο O και ποια η ταχύτητα επιστροφής;
- v) Αν η μπάλα φτάνει στο έδαφος τη χρονική στιγμή $t_3=2,5\text{s}$, να βρεθεί το ύψος H του σημείου εκτόξευσης O, από το έδαφος.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10\text{m/s}^2$.

Απάντηση:

- i) Στο διπλανό σχήμα έχουν σημειωθεί ταχύτητες και επιταχύνσεις στα σημεία A, B και Γ (προφανώς τα τρία σημεία βρίσκονται στην ίδια κατακόρυφη ευθεία, αλλά για λόγους ευκρίνειας του σχήματος σχεδιάστηκαν με παράλληλη μετατόπιση). Η επιτάχυνση και στις τρεις θέσεις είναι η ίδια, ένα διάνυσμα κατακόρυφο, με φορά προς τα κάτω, ίση με την επιτάχυνση της βαρύτητας.
- ii) Θεωρώντας την προς τα πάνω κατεύθυνση ως θετική το σώμα κινείται με επιτάχυνση $a=-g$, εκτελώντας ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση, για την οποία ισχύουν οι εξισώσεις:



$$v = v_0 + at \rightarrow v = v_0 - gt \quad (1)$$

$$\Delta y = v_0 t + \frac{1}{2} at^2 \rightarrow y = v_0 t - \frac{1}{2} gt^2 \quad (2)$$

- iii) Τη στιγμή t_1 που το σώμα φτάνει στο μέγιστο ύψος, στο σημείο B, η ταχύτητά του μηδενίζεται, οπότε από τις δυο παραπάνω εξισώσεις παίρνουμε:

$$v = v_0 - gt \xrightarrow{v=0} 0 = 10 - 10t_1 \rightarrow t_1 = 1\text{s} \text{ και}$$

$$y = y_{max} = v_0 t - \frac{1}{2} gt^2 = 10 \cdot 1\text{m} - \frac{1}{2} 10 \cdot 1^2 \text{m} = 5\text{m}$$

- iv) Τη στιγμή που η μπάλα επιστρέφει στο σημείο O, $y=0$, οπότε με αντικατάσταση στην εξίσωση (2) παίρνουμε:

$$y = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 \xrightarrow{y=0} 0 = 10 t_2 - \frac{1}{2} 10 \cdot t_2^2 \rightarrow 5 t_2 (2 - t_2) = 0 \rightarrow$$
$$t_2 = 0 \quad \text{ή} \quad t_2 = 2 \text{ s}$$

Η τιμή $t_2=0$ αντιστοιχεί στην στιγμή της εκτόξευσης, ενώ η τιμή $t_2=2\text{s}$ είναι η στιγμή της επιστροφής.

Αλλά τότε με αντικατάσταση στην εξίσωση (1), παίρνουμε:

$$v_2 = v_0 - g t_2 = 10 \text{ m/s} - 10 \cdot 2 \text{ m/s} = -10 \text{ m/s}$$

Το αρνητικό πρόσημο στην ταχύτητα, μας δείχνει απλά ότι αυτή έχει φορά προς τα κάτω! Αξίζει να προσέξουμε ότι η αρχική ταχύτητα v_0 και η ταχύτητα επιστροφής v_2 , έχουν το ίδιο μέτρο 10m/s.

v) Με αντικατάσταση στην (2) $t=2,5\text{s}$ βρίσκουμε για την τελική θέση της μπάλας:

$$y = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 = 10 \cdot 2,5 \text{ m} - \frac{1}{2} 10 \cdot 2,5^2 \text{ m} = 25 \text{ m} - 31,25 \text{ m} = -6,25 \text{ m}$$

Τι βρήκαμε; Βρήκαμε ότι η τελική θέση είναι προς τα κάτω (αρνητική κατεύθυνση) και απέχει κατά 6,25m από την αρχή του άξονα, συνεπώς το σημείο πτώσης, άρα και το έδαφος, απέχει κατακόρυφη απόσταση 6,25m, από το Ο και $H=6,25\text{m}$.

dmargaris@gmail.com