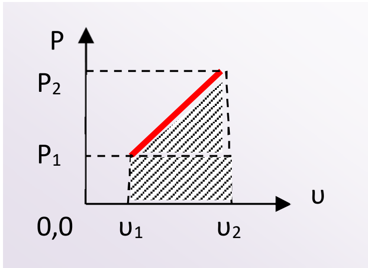
Ορμή μεταξύ…Β΄και Γ’

I) Ένα σώμα μάζας m ενώ κινείται ευθύγραμμα με σταθερή ταχύτητά μέτρου υ_1, δέχεται τη δράση άγνωστης μετρικά δύναμης, στην διεύθυνση της ταχύτητας για χρονικό διάστημα Δt .Αν η ορμή του σώματος στο διάστημα Δt μεταβάλλεται σε σχέση με την ταχύτητα σύμφωνα με το διάγραμμα να αποδείξετε ότι το γραμμοσκιασμένο εμβαδόν εκφράζει αριθμητικά το έργο της άγνωστης δύναμης.



II) Στην αφετηρία Α μιας μη λείας οριζόντιας πίστας περνούν την t=0 ,με ίδια ταχύτητα υ_0 δυο πανομοιότυπα κινητά Ι και ΙΙ ολισθαίνοντας σε παράλληλες τροχιές δεχόμενα ίδια τριβή Τ. Το Β εκείνη τη στιγμή δέχεται τη δράση σταθερής δύναμης F ομόρροπη της υ_0 για χρονικό διάστημα Δt και παύει να ενεργεί στη συνέχεια. Το κινητό Α συνεχίζει μετά την αφετηρία και τη στιγμή που η ταχύτητά του μηδενίζεται δέχεται την ίδια δύναμη F>T, με του Β για ίδιο Δt και παύει να ενεργεί στη συνέχεια.

A)Οι χρονικές στιγμές στις οποίες θα σταματήσουν τελικά τα κινητά θα ικανοποιούν τη σχέση: α) $t_I>t_{II}$ β) $t_I<t_{II}$ γ) $t_I=t_{II}$

B) Οι μετατοπίσεις των κινητών μέχρι να σταματήσουν τελικά θα ικανοποιούν τη σχέση: α) $\Delta X_I>\Delta X_{II}$ β) $\Delta X_I<\Delta X_{II}$ γ) $\Delta X_I=\Delta X_{II}$

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

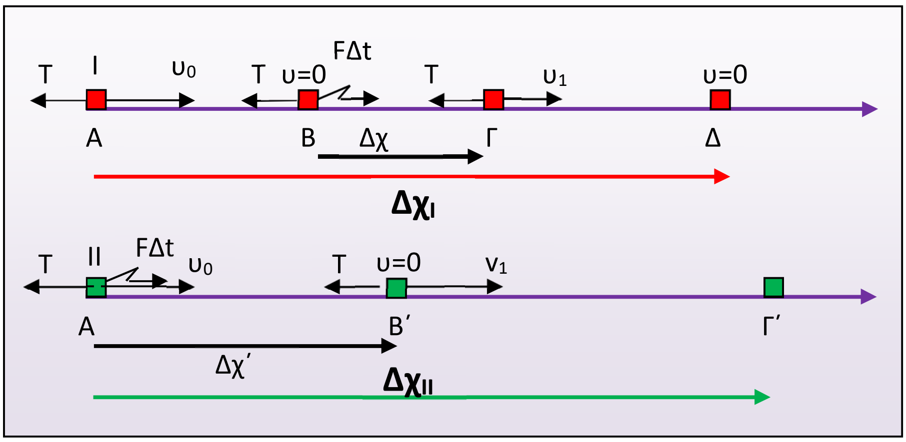
I) Το γραμμοσκιασμένο εμβαδόν ισούται με :

$$\mathrm{E}=\frac{P_1+P_2}{2}(\upsilon_2-\upsilon_1)=\frac{m(\upsilon_1+\upsilon_2)}{2}(\upsilon_2-\upsilon_1)=\frac{1}{2}m(\upsilon_2^2-\upsilon_1^2)=\frac{1}{2}m\upsilon_2^2-\frac{1}{2}m\upsilon_1^2\Rightarrow$$

$$E=K_2-K_1\Rightarrow \boxed{E_{\alpha\rho\iota\theta\mu\eta\tau\iota\kappa\acute{\alpha}}=W_F}$$

II)

A)



Γνωρίζουμε ότι:

$$\Sigma\vec{F}=\frac{\Delta\vec{P}}{\Delta t}\Rightarrow\Delta\vec{P}=\Sigma\vec{F}\cdot\ \Delta t\ \Rightarrow\ \vec{P}_{\tau}-\vec{P}_{\alpha}=\Sigma\vec{F}\cdot\ \Delta t$$

Αυτή τη σχέση εφαρμόζω για κάθε τμήμα κίνησης του **κινητού Ι**

$$AB:\ 0-m\upsilon_o=\ -T\cdot\ \Delta t_1\quad(1)$$

$$B\Gamma:\ m\upsilon_1-0=\ F\ \Delta t\ -\ T\cdot\ \ \Delta t\quad(2)$$

$$\Gamma\Delta:\ 0-m\upsilon_1=\ -T\cdot\ \ \Delta t_3\qquad(3)$$

Προσθέτοντας κατά μέλη τις τρείς σχέσεις έχουμε:

$$-m\upsilon_0\ =F\cdot\ \ \Delta t\ -\ T\cdot\ \ \Delta t_{o\lambda\ \mathrm{I}}\quad(4)$$

Τη σχέση εφαρμόζω για κάθε τμήμα κίνησης του **κινητού ΙΙ**

$$AB':\ mv_1-mv_0=\ F\cdot\ \ \Delta t\ -\ T\cdot\ \ \Delta t\quad(5)$$

$$B\Gamma':\ 0-mv_1=\ -T\cdot\ \Delta t_4\qquad(6)$$

Προσθέτοντας κατά μέλη τις δύο σχέσεις έχουμε:

$$-mv_0\ =F\cdot\ \ \Delta t\ -\ T\cdot\ \ \Delta t_{o\lambda\ \mathrm{II}}\quad(7)$$

Από τις (4) και (7) προκύπτει ότι : $\Delta t_{o\lambda,I}=\Delta t_{o\lambda,II}$ άρα για τις ζητούμενες χρονικές στιγμές $t_{o\lambda,I}=t_{o\lambda,II}$ δηλαδή ορθή η (γ)

Β) Θα εφαρμόσουμε το ΘΜΚΕ για κάθε κινητό

$$\textbf{Κινητό I}:0-\frac{1}{2}m\upsilon_0^2=-T\cdot\ \Delta x_{\mathrm{I}}+F\cdot\ \Delta x\qquad(1)$$

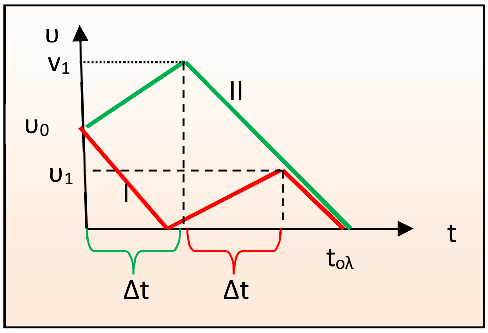
$$\textbf{Κινητό II}:0-\frac{1}{2}m\upsilon_0^2=-T\cdot\ \Delta x_{\mathrm{II}}+F\cdot\ \Delta x'\quad(2)$$

$$\text{Όμως}\ \left[\begin{array}{l}\Delta x=\frac{1}{2}\alpha(\Delta t)^2\\ \Delta x'=\upsilon_0\Delta t+\frac{1}{2}\alpha(\Delta t)^2\end{array}\right)\Rightarrow\quad\Delta x'>\Delta\chi$$

Άρα από τις (1) και (2) συμπεραίνουμε ότι : **$\Delta\chi_{II}>\Delta\chi_I$** **δηλαδή ορθή η (β)**

Αλλιώς μέσω της παράστασης υ-t :

(προτάθηκε πριν 4 χρόνια από τον Μανώλη Λαμπράκη σε σχόλιο της τότε παρόμοιας ανάρτησης αλλά δεν ανοίγει το link …**)**



Οι παραστάσεις που αντιστοιχούν στις τρείς επιβραδυνόμενες κινήσεις (1η και 3η στο κινητό Ι και 2η στο ΙΙ) είναι ευθείες παράλληλες διότι η κλίση εκφράζει επιτάχυνση που είναι ίδια γιατί έχει ίδιο αίτιο την Τ.

Για όμοιο λόγο οι δύο επιταχυνόμενες κινήσεις (2η στο κινητό Ι και 1η στοΙΙ)γίνονται με ίδια επιτάχυνση λόγω του ίδιου αιτίου ΣF=F-T και έτσι οι παραστάσεις τους είναι παράλληλες. Τα εμβαδά που περικλείονται ανάμεσα στις παραστάσεις και τον άξονα του t εκφράζουν αριθμητικά τις μετατοπίσεις ,οπότε βλέπουμε ότι η μετατόπιση του κινητού ΙΙ (πράσινο) είναι μεγαλύτερη από την αντίστοιχη του Ι(κόκκινη) Εννοείται ότι έχουμε τη γνώση της ισότητας των χρόνων κίνησης.

Η $υ_1$ στο διάγραμμα έχει τυχαία τιμή χωρίς βέβαια να αλλάζει το αποτέλεσμα αν πάρει άλλη τιμή σε σχέση με την $υ_0$.

Σχόλιο

Η Ώθηση $\vec{\Omega} = \vec{F}\Delta t = \Delta\vec{P}$ συντομεύει κάπως τη σκέψη αλλά…

Επιμέλεια:

Παντελεήμων Παπαδάκης