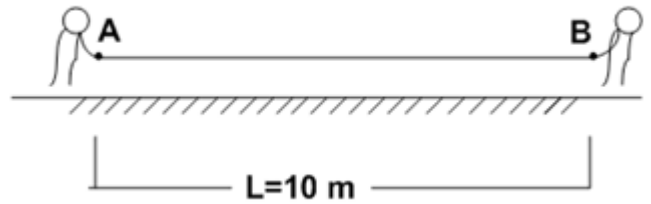


**Τράβα με να σε τραβώ...**

Δύο μαθητές παγοδρόμοι Α και Β, με μάζες αντίστοιχα  $m_1=40\text{Kg}$  και  $m_2=60\text{Kg}$ , κρατούν τις άκρες ενός σχοινού αμελητέας μάζας. Οι μαθητές στέκονται αρχικά ακίνητοι πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο (παγοδρόμιο) απέχοντας μεταξύ τους  $L=10\text{m}$ . Κάποια στιγμή οι μαθητές αρχίζουν να μαζεύουν το σχοινί ασκώντας δύναμη ο ένας στον άλλον, χωρίς να πέσει κανείς από τους δύο.



i) Να βρείτε ποια είναι η σχέση μεταξύ των δυνάμεων που ασκεί ο ένας μαθητής στον άλλο μέσω του σχοινού.

ii) Αν ελάχιστα πριν τη στιγμή της συνάντησης, ο μαθητής Α έχει αποκτήσει ταχύτητα μέτρου  $v_1=2\text{m/s}$ , ποιά θα είναι το μέτρο της ταχύτητας του μαθητή Β;

iii) Να βρεθεί η απόσταση που θα έχει διανύσει ο κάθε μαθητής μέχρι τη στιγμή που συναντώνται.

iv) Αν η δύναμη που ασκεί ο κάθε μαθητής θεωρηθεί σταθερή να βρείτε το μέτρο της καθώς και τη χρονική στιγμή που οι μαθητές συναντώνται.

**Απάντηση**

i)

Αρχικά θα πρέπει το σχοινί να είναι τεντωμένο για να ασκεί δύναμη στον κάθε παγοδρόμο. Ο μαθητής Α ασκεί μία δύναμη  $F'_A$  στο σχοινί στο σημείο Α και δέχεται από αυτό μία αντίθετη δύναμη  $F_A$  σύμφωνα με τον τρίτο νόμο του Νεύτωνα, (δράση – αντίδραση). Αντίστοιχα στο σημείο Β ο μαθητής ασκεί στο σχοινί μία δύναμη  $F'_B$  και δέχεται μία  $F_B$  από το σχοινί. Επειδή το σχοινί είναι αβαρές ισχύει:



$$\Sigma \vec{F}_{\sigma\chi} = m \cdot \vec{\alpha}_{\sigma\chi} \xrightarrow{(+)\rightarrow} F'_B - F'_A = m_{\sigma\chi} \alpha_{\sigma\chi} \xrightarrow{m_{\sigma\chi}=0} F'_B = F'_A$$

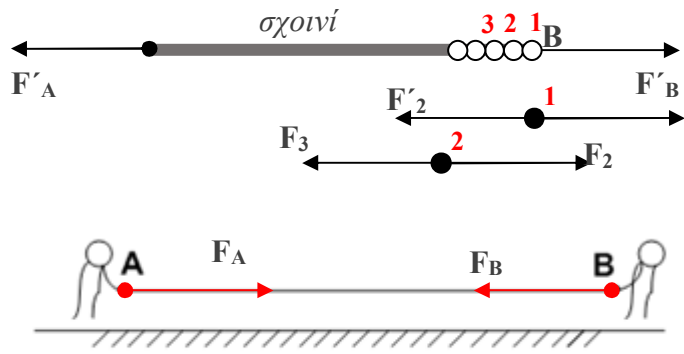
Και τελικά  $F_A=F_B$ . Δηλ. βλέπουμε ότι το σχοινί ασκεί στους παγοδρόμους δυνάμεις ίσων μέτρων και ο ένας μαθητής μέσω του σχοινού αλληλεπιδρά με τον άλλο με δυνάμεις ίσων μέτρων.

**Πως όμως μεταφέρεται η δύναμη;**

Στην πραγματικότητα δεν χρειάζεται να τραβούν και οι δύο το σχοινί, αρκεί ο ένας από τους δύο να ξεκινήσει να ασκεί δύναμη στο ένα άκρο του σχοινού.

Ας δούμε κάθε στοιχειώδες τμήμα του σχοινού πως αλληλεπιδρά με τα γειτονικά του.

Το στοιχειώδες **τμήμα 1** του σχοινιού αλληλεπιδρά με τον μαθητή Β και το γειτονικό του στοιχειώδες τμήμα 2 του σχοινιού. Δέχεται την δύναμη  $F'_B$  από το μαθητή και τη δύναμη  $F'_2$  από το σχοινί. Επειδή η μάζα του είναι μηδενική προκύπτει ότι  $F'_B=F'_2$  και συνεπώς  $F'_2=F_B$ . Το στοιχειώδες **τμήμα 2** δέχεται τη δύναμη  $F_2$  από το τμήμα 1 και τη δύναμη  $F_3$  από το τμήμα 3. Επειδή η μάζα του είναι μηδενική προκύπτει  $F_2=F_3$  όμως  $F_2=F'_2$  και τελικά  $F_3=F_B$ . Συνεχίζοντας για όλα τα τμήματα και φτάνοντας στο άκρο Α προκύπτει  $F_A=F_B$ .



**ii)**

Το σύστημα των μαθητών–σχοινί είναι μονωμένο στον άξονα κίνησης και η ορμή του συστήματος διατηρείται σταθερή. Εφαρμόζουμε τη διατήρηση της ορμής στην αρχή και τη στιγμή που συναντώνται οι μαθητές.

$$\vec{p}_{\text{πριν}} = \vec{p}_{\text{μετά}} \Rightarrow \vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}'_1 + \vec{p}'_2 \xrightarrow{(+)\rightarrow} 0 = m_1 v_1 - m_2 v_2 \Rightarrow$$

$$40 \cdot 2 - 60 \cdot v_2 = 0 \Rightarrow v_2 = \frac{4}{3} m/s$$

**iii)**

Από τη διατήρηση της ορμής προκύπτει ότι κάθε στιγμή τα μέτρα των ταχυτήτων των μαθητών συνδέονται με τη σχέση  $v_1 = \frac{3}{2} v_2$

$$\vec{p}_{\text{πριν}} = \vec{p}_{\text{μετά}} \Rightarrow \vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}'_1 + \vec{p}'_2 \xrightarrow{(+)\rightarrow} 0 = m_1 v_1 - m_2 v_2 \Rightarrow v_1 = \frac{m_2 v_2}{m_1} \Rightarrow v_1 = \frac{3v_2}{2}$$

Μπορούμε να συμπεράνουμε ότι κάθε στιγμή και η απόσταση που διανύουν οι μαθητές συνδέονται με τη σχέση  $dS_1 = \frac{3dS_2}{2}$ . Τη στιγμή που συναντώνται ισχύει  $\Delta S_1 = 1,5 \cdot \Delta S_2$  και  $\Delta S_1 + \Delta S_2 = 10m$ .

Από τις σχέσεις αυτές προκύπτει  $\Delta S_1 = 6m$  και  $\Delta S_2 = 4m$ .

**iv)**

Θα μπορούσαμε να χρησιμοποιήσουμε εξισώσεις κίνησης. Ας εφαρμόσουμε όμως το Θεώρημα Μεταβολής της Κινητικής Ενέργειας για το μαθητή Α.

$$K_{A, \text{τελ}} - K_{A, \text{αρχ}} = W_{FA} \rightarrow$$

$$\frac{1}{2} \cdot m_A \cdot v_A^2 = F_A \cdot \Delta S_1 \rightarrow$$

$$\frac{1}{2} \cdot 40 \cdot 2^2 = F_A \cdot 6 \rightarrow F_A = 40/3 N$$

Από το 2<sup>ο</sup> Νόμο του Νεύτωνα στη γενικευμένη του μορφή προκύπτει:

$$\Sigma \vec{F}_A = \frac{d\vec{p}_A}{dt} \stackrel{\vec{F}_A = \text{σταθ.}}{\Rightarrow} \vec{F}_A = \frac{\Delta \vec{p}_A}{\Delta t} \Rightarrow \vec{F}_A = \frac{\vec{p}_{A,\text{τελ}} - \vec{p}_{A,\text{τελ}}^{(+)\rightarrow}}{\Delta t} \Rightarrow F_A = \frac{p_{A,\text{τελ}} - 0}{\Delta t} \Rightarrow$$

$$\Delta t = \frac{p_{A,\text{τελ}}}{F_A} = \frac{m_A \cdot v_A}{F_A} \Rightarrow \Delta t = 6s$$

### Υλικό Φυσικής-Χημείας

Γιατί το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους...

Επιμέλεια:

Χ. Αγγιόδημας