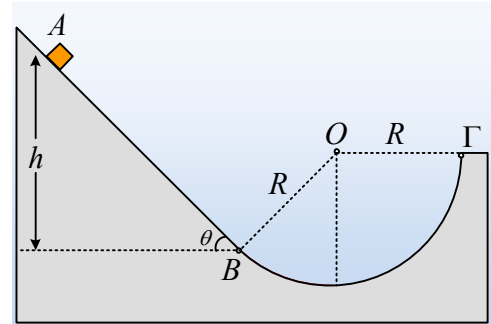


2.2. Κυκλική κίνηση. Ομάδα Γ.

2.21. Μετά την κατηφόρα μπαίνει σε κυκλική τροχιά.

Ένα μικρό σώμα μάζας $0,2\text{kg}$ αφήνεται στη θέση Α, να ολισθήσει κατά μήκος ενός λείου κεκλιμένου επιπέδου κλίσεως θ , όπου $\eta\mu\theta=0,6$ και $\sigma\upsilon\nu\theta=0,8$. Φτάνοντας στο σημείο Β, σε κατακόρυφη απόσταση $h=1,25\text{m}$, συναντά μια λεία κυκλική τροχιά, κέντρου Ο και ακτίνας $R=0,5\text{m}$ στην οποία συνεχίζει την κίνησή του. Η ακτίνα ΟΒ είναι κάθετη στο κεκλιμένο επίπεδο.



- Να υπολογιστεί η επιτάχυνση του σώματος στη διάρκεια της κίνησής στο κεκλιμένο επίπεδο, καθώς και η δύναμη που δέχεται από το επίπεδο.
- Με ποια ταχύτητα φτάνει το σώμα στο σημείο Β;
- Να υπολογιστεί το μέτρο της δύναμης που δέχεται το σώμα στη θέση Β, αμέσως μόλις μπει στην κυκλική τροχιά.
- Πόση δύναμη δέχεται το σώμα από την τροχιά, μόλις φτάσει στο σημείο Γ, όπου η ακτίνα ΟΓ είναι οριζόντια, και σε ποιο ύψος πάνω από το σημείο Γ θα φτάσει το σώμα;

2.22. Με την περιστροφή το νήμα τυλίγεται.

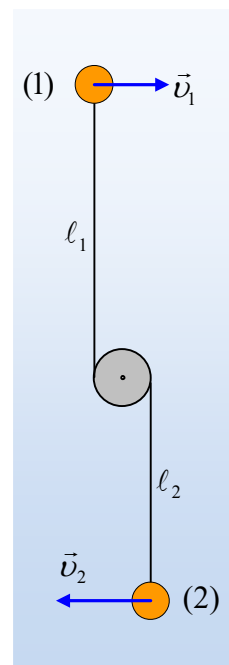
Ένα σώμα μάζας $0,4\text{kg}$ είναι δεμένο στο άκρο νήματος και στρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο, ενώ το νήμα τυλίγεται σε έναν ακλόνητο οριζόντιο κυλινδρικό σωλήνα ακτίνας $r=0,6/\pi\text{ m}$. Σε μια στιγμή το νήμα είναι κατακόρυφο και το σώμα έχει ταχύτητα μέτρου $v_1=5\text{m/s}$, (θέση (1)) ενώ το ελεύθερο μήκος του νήματος είναι $\ell_1=2\text{m}$.

- Να βρεθεί η τάση του νήματος στη θέση αυτή.
- Μετά από λίγο το νήμα ξαναγίνεται κατακόρυφο, θέση (2). Για τη θέση αυτή να βρεθούν:
 - Το μήκος του νήματος ℓ_2 .
 - Η κινητική ενέργεια του σώματος.
 - Το μέτρο της τάσης του νήματος.
- Όταν το σώμα ολοκληρώσει μια «περιστροφή» με το νήμα κατακόρυφο, για το μέτρο της ταχύτητά του v_3 ισχύει:

$$\alpha) v_3 < v_1, \quad \beta) v_3 = v_1, \quad \gamma) v_3 > v_1.$$

Να δικαιολογήστε την απάντησή σας.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10\text{m/s}^2$.



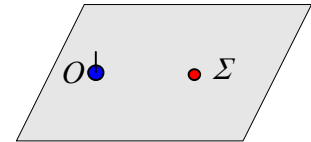
2.23. Μια φορτισμένη σφαίρα σε κίνηση.

Η για να συνδέουμε τα ...ασύνδετα!

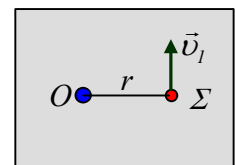
Ένα πρόβλημα, σαν φύλλο εργασίας, για τους μαθητές της Β΄ Προσανατολισμού, όπου συνδυάζεται η κυκλική κίνηση, με το ηλεκτρικό πεδίο της Γενικής Παιδείας, αλλά και με πολλές ακόμη προεκτάσεις.

////////////////////////////////////

Σε ένα σημείο Ο ενός λείου οριζοντίου επιπέδου είναι στερεωμένη μια μικρή σφαίρα Α με φορτίο $Q=2\mu\text{C}$. Σε σημείο Σ, σε απόσταση $(O\Sigma)=r=3\text{cm}$ συγκρατούμε μια άλλη μικρή σφαίρα Β μάζας $m=60\text{g}$, η οποία φέρει φορτίο $q=-0,1\mu\text{C}$.



- i) Να υπολογίσετε την δύναμη που χρειάζεται να ασκούμε στη σφαίρα Β για να ισορροπεί και να την σχεδιάσετε στο παραπάνω σχήμα.
- ii) Σε μια στιγμή αφήνουμε ελεύθερη τη σφαίρα Β. Πόση επιτάχυνση θα αποκτήσει αμέσως μετά την απελευθέρωση;
- iii) Επαναφέρουμε τη σφαίρα Β στο σημείο Σ και κάποια στιγμή την εκτοξεύουμε οριζόντια με ταχύτητα $v_1=0,5\text{m/s}$ σε διεύθυνση κάθετη στην ΟΣ, όπως στο διπλανό σχήμα.
 - α) Να υπολογίσετε την επιτάχυνση που θα αποκτήσει αμέσως μετά την εκτόξευση και να την σχεδιάσετε στο σχήμα.
 - β) Η επιτάχυνση αυτή, αμέσως μετά την εκτόξευση, θα μεταβάλει το μέτρο ή την κατεύθυνση της ταχύτητας;
 - γ) Κάποιος συμμαθητής σας, υποστηρίζει ότι η σφαίρα Β θα εκτελέσει ομαλή κυκλική κίνηση με κέντρο το Ο και ακτίνα $r=3\text{cm}$. Συμφωνείτε ή διαφωνείτε και γιατί;
- iv) Να υπολογίσετε το μέτρο της αναγκαίας ταχύτητας εκτόξευσης v_2 , ώστε η σφαίρα να κινηθεί κυκλικά γύρω από το Ο.
- v) Στην περίπτωση αυτή να υπολογιστεί η ολική ενέργεια της κινούμενης σφαίρας Β.
- vi) Καθώς η σφαίρα Β στρέφεται, δέχεται ένα απότομο κύπημα (σε γλώσσα φυσικής ασκείται πάνω της για ελάχιστο χρονικό διάστημα μια δύναμη ή διαφορετικά συγκρούεται με κάποιο άλλο σώμα), με αποτέλεσμα να αποκτήσει μια ταχύτητα μέτρου v_3 , οπότε παύει να κινείται στην κυκλική τροχιά και απομακρύνεται από τη σφαίρα Α. Όταν η Β βρεθεί τελικά έξω από το ηλεκτρικό πεδίο της σφαίρας Α, μετρήσαμε την ταχύτητά της και την βρήκαμε $v_4=1\text{m/s}$. Πόση ενέργεια πήρε η Β στη διάρκεια του κτυπήματος;
- vii) Να υπολογιστεί η ελάχιστη ενέργεια που πρέπει να μεταφερθεί στην Β, για να μπορέσει να απομακρυνθεί από τη σφαίρα Α, η οποία παραμένει πάντα ακλόνητη στο σημείο Ο.

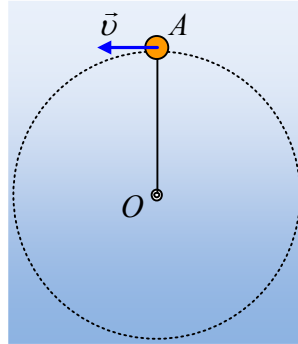


Κάτοψη

Δίνεται $k_e=9\cdot 10^9\text{N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2$, ενώ οι ακτίνες των σφαιρών θεωρούνται αμελητέες.

2.24. Η τάση του νήματος και η κυκλική κίνηση.

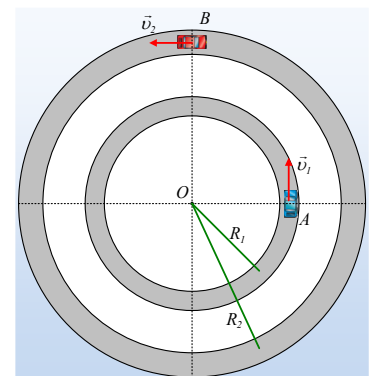
Μια σφαίρα Σ μάζας 1kg είναι δεμένη στο άκρο νήματος μήκους 1m , το άλλο άκρο του οποίου κρατάμε με το χέρι μας. Περιστρέφοντας κατάλληλα το χέρι μας, θέτουμε τελικά τη σφαίρα σε κατακόρυφη κυκλική τροχιά με κέντρο το άκρο Ο του νήματος, που το κρατάμε σταθερό.



- i) Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στη σφαίρα, όταν περνά από το ανώτερο σημείο A της τροχιάς της.
- ii) Να γράψετε το 2^ο νόμο του Νεύτωνα για τη σφαίρα στην παραπάνω θέση και να υπολογίσετε την ταχύτητά της, αν η δύναμη που ασκείται στο χέρι μας από το νήμα έχει μέτρο $F_1=6\text{N}$.
- iii) Αν μικρύνει η ταχύτητα περιστροφής του σώματος Σ, τι θα συμβεί με την τάση του νήματος στη θέση A;
- iv) Ποια η ελάχιστη ταχύτητα της σφαίρας στη θέση A, αν θέλουμε να μηδενιστεί η τάση του νήματος, αλλά η σφαίρα να διαγράψει τον παραπάνω κύκλο;
- v) Στην περίπτωση αυτή, ποια δύναμη «παίζει» το ρόλο της κεντρομόλου;
- vi) Αγνοώντας όλα τα άλλα ουράνια σώματα και θεωρώντας τη Γη ακίνητη, δεχόμαστε ότι η Σελήνη διαγράφει κυκλική τροχιά γύρω από τη Γη. Να σχεδιάσετε ένα σχήμα, στο οποίο να εμφανίζεται η τροχιά της Σελήνης και πάνω στο σχήμα να σημειώσετε την ταχύτητα και την κεντρομόλο δύναμη. Γιατί αλήθεια η Σελήνη δεν πέφτει στη Γη, όπως πέφτει ένα μήλο, αν το αφήσουμε από κάποιο ύψος;

2.25. Δύο αυτοκίνητα σε κυκλικές τροχιές.

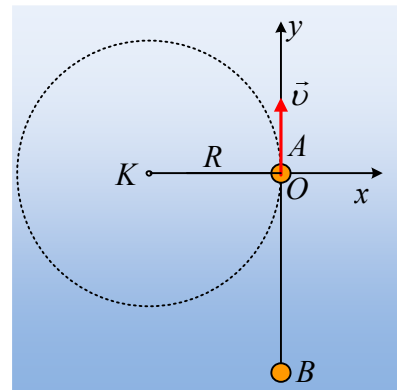
Στο σχήμα φαίνονται οι οριζόντιες κυκλικές τροχιές στις οποίες κινούνται δυο τηλεχειριζόμενα αυτοκινητάκια A και B, με ακτίνες $R_1=90\text{m}$ και $R_2=160\text{m}$. Τα μέτρα των ταχυτήτων, με τις οποίες κινούνται τα αυτοκινητάκια είναι $v_1=3\pi\text{ m/s}$ και $v_2=4\pi\text{ m/s}$ αντίστοιχα. Κάποια χρονική στιγμή ($t=0$) τα οχήματα βρίσκονται στις θέσεις του σχήματος με ταχύτητες μέτρων



- i) Ποια χρονική στιγμή το A θα βρεθεί σε αντιδιαμετρική θέση σε σχέση με την αρχική θέση του; Πόσο είναι το μήκος του τόξου που έχει διαγράψει το B στον ίδιο χρόνο και σε ποια θέση βρίσκεται;
- ii) Να υπολογιστούν οι γωνιακές ταχύτητες και οι περίοδοι των δύο οχημάτων.
- iii) Ποια η γωνία που σχηματίζουν οι δυο επιβατικές ακτίνες, τη χρονική στιγμή $t_2=100\text{s}$; Να σημειωθούν στο σχήμα η θέση των δύο οχημάτων τη στιγμή αυτή.
- iv) Να βρεθεί η χρονική στιγμή που τα δύο αυτοκινητάκια, θα βρεθούν το ένα «δίπλα» στο άλλο, για πρώτη φορά. Ποιες οι θέσεις των δύο κινητών τη στιγμή αυτή;
- v) Ποια χρονική στιγμή τα αυτοκινητάκια θα βρεθούν ταυτόχρονα στις αρχικές τους θέσεις για πρώτη φορά;

2.26. Η κυκλική κίνηση και η Γεωμετρία!

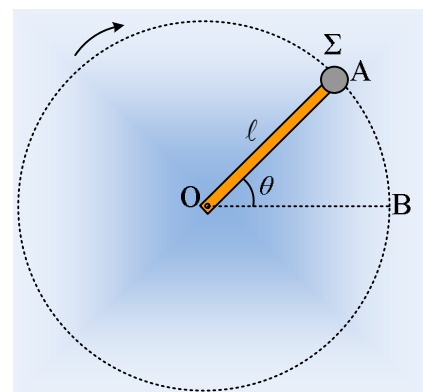
Μια μικρή σφαίρα Α μάζας εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση, με περίοδο $T=3s$, πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο, δεμένο στο ένα άκρο νήματος μήκους $3m$, το άλλο άκρο του οποίου είναι σταθερά δεμένο σε σημείο Κ. Στο σχήμα δίνεται ένα σύστημα αξόνων x,y με αρχή τη θέση Ο της σφαίρας τη στιγμή $t=0$. Πάνω στον άξονα y και στην θέση $y=-3\sqrt{3}m$, ηρεμεί μια δεύτερη σφαίρα Β.



- Ποια χρονική στιγμή, για πρώτη φορά, η απόσταση των δύο σφαιρών γίνεται μέγιστη;
- Να υπολογίσετε την μέγιστη απόσταση μεταξύ των δύο σφαιρών. Ποιες οι συντεταγμένες της θέσης της Α σφαίρας στο σύστημα αξόνων του σχήματος, τη στιγμή της μέγιστης απόστασης;
- Ποια χρονική στιγμή, για πρώτη φορά, η απόσταση των δύο σφαιρών γίνεται ελάχιστη; Αφού υπολογίσετε την ελάχιστη απόσταση των δύο σφαιρών, να βρεθούν για τη θέση αυτή οι συνιστώσες a_x και a_y της επιτάχυνσης της Α σφαίρας.
- Μια χρονική στιγμή t_1 , όπου $6,5s < t_3 < 8,5s$, το νήμα κόβεται με αποτέλεσμα η σφαίρα Α, να συγκρουσθεί μετά από λίγο με τη Β σφαίρα. Να βρεθεί η στιγμή t_3 που κόπηκε το νήμα.

2.27. Μια κατακόρυφη κυκλική τροχιά

Μια μικρή σφαίρα Σ, μάζας $m=0,5kg$, η οποία θεωρείται υλικό σημείο, είναι προσκολλημένη στο άκρο μιας ράβδου μήκους $l=1m$, η οποία στρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα, γύρω από οριζόντιο άξονα, ο οποίος περνά από το άλλο της άκρο Ο, διαγράφοντας κατακόρυφο επίπεδο. Η περίοδος περιστροφής είναι $T=2\pi/\sqrt{6}s \approx 2,56s$.



- Τι κίνηση πραγματοποιεί η σφαίρα Σ; Να σχεδιάσετε πάνω στο σχήμα την ταχύτητα και τη γωνιακή ταχύτητα της σφαίρας.
- Να υπολογίσετε τα μέτρα της (γραμμικής) ταχύτητας και της γωνιακής ταχύτητας της σφαίρας.
- Σε μια στιγμή η σφαίρα περνά από τη θέση Α, όπου η γωνία που σχηματίζει η ράβδος με την οριζόντια διεύθυνση είναι $\theta=37^\circ$. Σε πόσο χρόνο η σφαίρα θα φτάσει (για πρώτη φορά) στη θέση Β με τη ράβδο οριζόντια;
- Πόση δύναμη ασκεί η ράβδος στη σφαίρα, στη θέση Α του σχήματος;

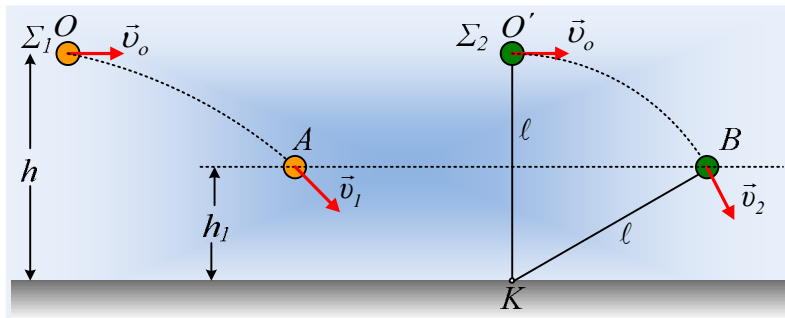
Δίνεται $g=10m/s^2$ ενώ $\eta\mu 37^\circ=0,6$ και $\sigma\upsilon\eta\theta=0,8$.

2.28. Δυο «παρόμοιες» κινήσεις

Μια σφαίρα Σ₁ μάζας $m=0,2kg$ εκτοξεύεται οριζόντια από ένα σημείο Ο, το οποίο βρίσκεται σε ύψος $h=2m$ από το έδαφος, με αρχική ταχύτητα μέτρου $v_0=5m/s$.

Μια δεύτερη όμοια σφαίρα Σ₂ είναι δεμένη στο άκρο αβαρούς και μη εκτατού νήματος μήκους $l=2m$, το άλλο

άκρο του οποίου δένεται στο έδαφος, στο σημείο K. Η σφαίρα Σ_2 φέρεται στο σημείο O' σε ύψος h με το νήμα κατακόρυφο και εκτοξεύεται οριζόντια με την ίδια ταχύτητα v_0 , εκτελώντας κυκλική κίνηση ακτίνας $R=1$.

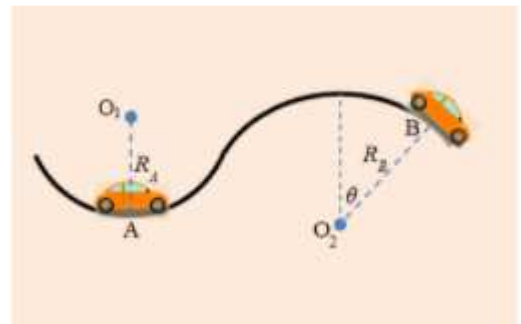


- i) Να υπολογιστεί η αρχική επιτάχυνση κάθε σφαίρας, αμέσως μετά την εκτόξευση, καθώς και η τάση του νήματος τη στιγμή αυτή.
- ii) Μετά από λίγο η πρώτη σφαίρα περνάει από το σημείο A, σε ύψος $h_1=0,8\text{m}$.
 - α) Να υπολογιστεί το μέτρο της ταχύτητας v_1 , καθώς και η επιτάχυνση της σφαίρας.
 - β) Ποιος ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας της σφαίρας στη θέση αυτή;
- iii) Αντίστοιχα και η σφαίρα Σ_2 φτάνει στη θέση B σε ύψος h_1 από το έδαφος, κάποια στιγμή.
 - α) Να βρεθεί το μέτρο της ταχύτητάς της v_2 , καθώς και η τάση του νήματος στη θέση αυτή.
 - β) Ποιος ο αντίστοιχος ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας της σφαίρας Σ_2 στη θέση B;

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$, ενώ η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

2.29. Ο δρόμος έχει «κύμα»

Ένα αυτοκίνητο, που θεωρείται υλικό σημείο, ταξιδεύει με σταθερό μέτρο ταχύτητας, στον «κυματιστό» δρόμο του σχήματος, κατευθυνόμενο από το σημείο A της κυκλικής κοιλάδας, στο σημείο B του επίσης κυκλικού όρους. Στο σημείο A η ακτίνα καμπυλότητας είναι $R_A = 120\text{m}$ και η επιτάχυνση έχει μέτρο $\alpha_A = 0,4g$. Το μέτρο της επιτάχυνσης στο B δεν πρέπει να ξεπερνάει την τιμή $\alpha_B = 0,25g$.

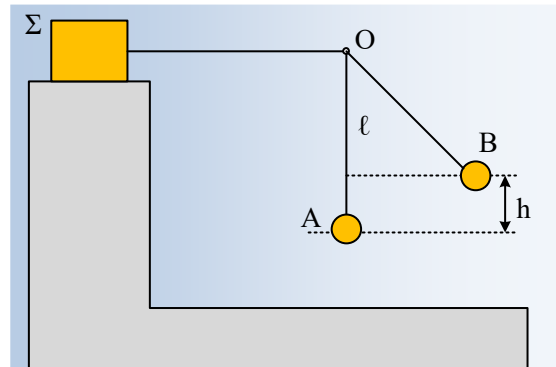


- α) Ποιο είναι το μέτρο v της ταχύτητας;
- β) Ποια είναι η ελάχιστη τιμή της ακτίνας καμπυλότητας του δρόμου στο σημείο B;
- γ) Σχεδιάστε και υπολογίστε τα μέτρα των γωνιακών ταχυτήτων του αυτοκινήτου, καθώς αυτό διέρχεται από τα σημεία A και B, με βάση τα προηγούμενα αποτελέσματα. Στο ίδιο σχήμα σχεδιάστε και τα διανύσματα των ταχυτήτων και των επιταχύνσεων.
- δ) Αν η διεύθυνση της επιβατικής ακτίνας στο σημείο A είναι κατακόρυφη και στο σημείο B σχηματίζει γωνία θ με την κατακόρυφη, όπου $\sin\theta = 0,25$, υπολογίστε μεταξύ των δύο θέσεων:
 - i) Τη μεταβολή του μέτρου της ταχύτητας
 - ii) Το μέτρο της μεταβολής της ταχύτητας
- ε) Σε ποια από τις 2 θέσεις πιστεύετε ότι ο οργανισμός του οδηγού, υφίσταται μεγαλύτερη επιβάρυνση;

Θεωρούμε ότι το αυτοκίνητο ως υλικό σημείο, που βρίσκεται πάνω στο δρόμο και $g = 10\text{m/s}^2$.

2.30. Η κυκλική κίνηση και η τριβή.

Μια σφαίρα μάζας $m=1\text{kg}$ ηρεμεί στη θέση Α, στο κάτω άκρο μη ελαστικού νήματος, το οποίο αφού περάσει από μια ακίδα Ο, το άλλο του άκρο έχει προσδεθεί σε σώμα Σ μάζας $M=4\text{kg}$, το οποίο βρίσκεται ακίνητο, πάνω σε στήριγμα, σε ορισμένο ύψος, όπως στο σχήμα. Το κατακόρυφο τμήμα του νήματος έχει μήκος $l=1\text{m}$, ενώ το υπόλοιπο τμήμα του είναι οριζόντιο. Για τους συντελεστές τριβής μεταξύ του σώματος Σ και του επιπέδου στήριξής του, δίνεται $\mu=\mu_s=0,5$.

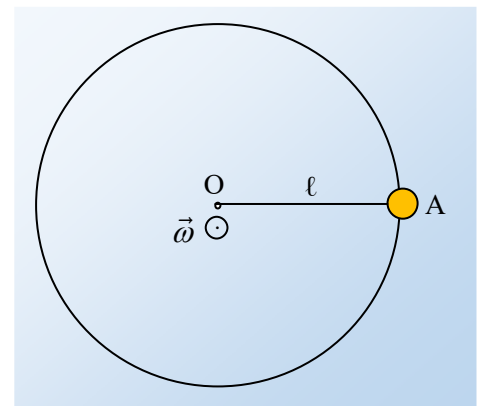


- i) Να υπολογιστεί η δύναμη τριβής που ασκείται στο σώμα Σ.
- ii) Εκτρέπουμε τη σφαίρα, ανεβάζοντάς την κατακόρυφα κατά $h=0,4\text{m}$, φέρνοντάς την στη θέση Β, με το νήμα τεντωμένο και την αφήνουμε ελεύθερη να κινηθεί.
 - α) Να υπολογισθεί η τριβή στο σώμα Σ, αμέσως μόλις αφεθεί ελεύθερη η σφαίρα στη θέση Β.
 - β) Να εξετάσετε αν, στη διάρκεια της κίνησης της σφαίρας, κάποια στιγμή το σώμα Σ ολισθήσει.
- iii) Ποιο είναι το μέγιστο ύψος Η που θα μπορούσαμε να εκτρέψουμε τη σφαίρα, χωρίς να έχουμε ολίσθηση του σώματος Σ, κατά την κίνησή της;

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

2.31. Η χρήση της γωνιακής ταχύτητας

Μια μικρή σφαίρα κινείται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο, διαγράφοντας κυκλική τροχιά κέντρου Ο, δεμένη στο άκρο νήματος μήκους l , με σταθερή γωνιακή ταχύτητα, κάθετη στο επίπεδο, όπως στο σχήμα, με μέτρο $\omega=(\pi/6)$ rad/s. Τη χρονική στιγμή $t=0$, η σφαίρα περνά από το σημείο Α.



- i) Να βρεθεί η θέση Β της σφαίρας τη χρονική στιγμή $t_1=4\text{s}$.
- ii) Ποια χρονική στιγμή t_2 το σώμα περνά από τη θέση Β για 3^η φορά;
- iii) Αν το μήκος του νήματος είναι $l=2\text{m}$, να υπολογιστεί η γωνία που έχει διαγράψει η επιβατική ακτίνα και το μήκος του τόξου s_2 που έχει διανύσει η σφαίρα, μέχρι τη στιγμή t_2 ;
- iv) Να σχεδιάσετε πάνω στο σχήμα την ταχύτητα και την επιτάχυνση της σφαίρας, τη στιγμή t_1 , υπολογίζοντας τα μέτρα τους.

2.32. Κυκλική σε κεκλιμένο...

Ένα σώμα μάζας $m=0,4\text{Kg}$ δεμένο στο άκρο μη ελαστικού και αμελητέου βάρους νήματος, εκτελεί κυκλική κίνηση σε επίπεδο λείο, που παρουσιάζει ως προς το οριζόντιο επίπεδο, γωνία κλίσης θ .

- 1) να βρείτε την διαφορά τάσης του νήματος μεταξύ της κατώτερης και της ανώτερης θέσης σε σχέση με την

γωνία κλίσης του κεκλιμένου και για $0 \leq \theta \leq \pi/2$ να την παραστήσετε γραφικά.

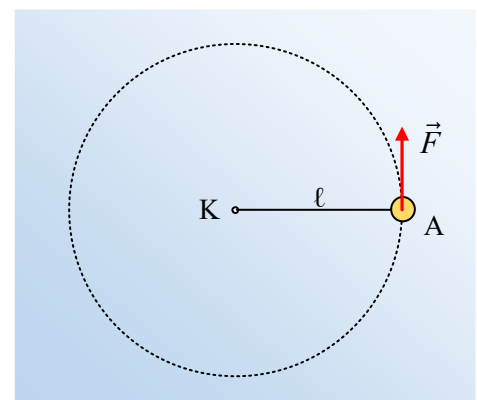
2) Αν το όριο θραύσης του νήματος είναι $T_0=12\sqrt{2}$ N ,ενώ οριακά εκτελεί την κυκλική κίνηση το σώμα, να βρείτε την max γωνία κλίσης θ για την οποία αντέχει το νήμα.

3) Υποθέστε τώρα ότι ενώ το σώμα εκτελεί οριακή ανακύκλωση ,κάποια στιγμή που βρίσκεται στην ανώτερη θέση το νήμα κόβεται χωρίς να αλλάξει η ταχύτητα που είχε εκείνη τη στιγμή .Να αποδείξετε ότι η max οριζόντια μετατόπιση του σώματος, τη στιγμή που κατά την ολίσθησή του στο κεκλιμένο περνά από την οριζόντια που εφάπτεται του κατώτερου σημείου της κυκλικής τροχιάς (ακτίνας r) ,είναι ίση με το διπλάσιο της ακτίνας

Δίδεται: $g=10$ m/s²

2.33. Μια επιταχυνόμενη κυκλική κίνηση

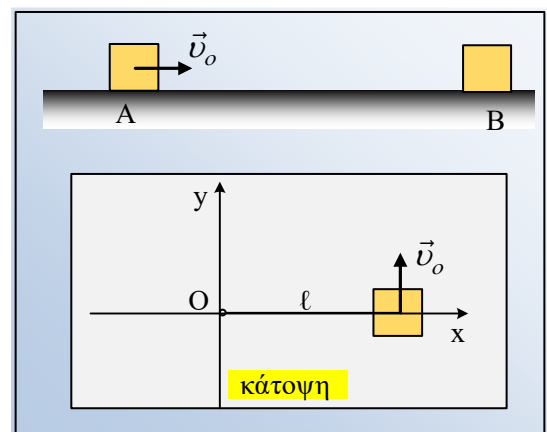
Σε λείο οριζόντιο επίπεδο, στο σημείο A, ηρεμεί ένα μικρό σώμα μάζας $m=2$ kg δεμένο στο άκρο μη εκτατού νήματος μήκους $\ell=1$ m, το άλλο άκρο του οποίου είναι δεμένο σε σταθερό σημείο K. Σε μια στιγμή $t=0$ ασκούμε στο σώμα μια σταθερού μέτρου δύναμη $F=(\pi/2)$ N, η οποία παραμένει πάντα κάθετη στο νήμα, με αποτέλεσμα το σώμα να διαγράφει τον εστιγμένο κύκλο του σχήματος (σε κάτοψη).



- Να υπολογισθεί το μέτρο της επιτάχυνσης που αποκτά το σώμα και που έχει την κατεύθυνση της δύναμης (ονομάζεται επιτροχία επιτάχυνση, αφού είναι εφαπτόμενη στον κύκλο, επί της τροχιάς).
- Να γίνει η γραφική παράσταση του μέτρου της ταχύτητας, σε συνάρτηση με το χρόνο.
- Σε πόσο χρόνο το σώμα θα ολοκληρώσει την πρώτη πλήρη περιφορά του επιστρέφοντας στην θέση A;
- Να βρεθεί η θέση, η ταχύτητα και η επιτάχυνση του σώματος τη χρονική στιγμή $t_1=2$ s.

2.34. Μια επιβραδυνόμενη Κυκλική κίνηση.

Ένα σώμα μάζας 2kg ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο, με το οποίο παρουσιάζει συντελεστή τριβής $\mu=0,2$, στη θέση A. Σε μια στιγμή δέχεται στιγμιαίο κτύπημα αποκτώντας αρχική ταχύτητα v_0 , με αποτέλεσμα να μετακινείται κατά $x_{ολ}=9$ m, πριν σταματήσει στη θέση B.



- Να υπολογιστούν τα μέτρα των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα:
 - Μόλις αρχίσει να κινείται, μετά το κτύπημα.
 - Στη θέση B.
- Να βρεθεί η αρχική ταχύτητα v_0 .

Το ίδιο σώμα δένεται στο άκρο νήματος μήκους $\ell=(2/\pi)m$, το άλλο άκρο του οποίου δένεται σε σταθερό

σημείο O , του ίδιου οριζοντίου επιπέδου, όπως στο κάτω σχήμα (σε κάτοψη). Σε μια στιγμή το σώμα δέχεται επίσης κτύπημα, με αποτέλεσμα να αποκτά αρχική ταχύτητα μέτρου v_0 , με διεύθυνση κάθετη στο νήμα.

iii) Να δώσετε κατάλληλα σχήματα στα οποία να εμφανίζονται οι ασκούμενες δυνάμεις στο σώμα, των οποίων να υπολογίσετε τα μέτρα, με δεδομένο ότι η τάση του νήματος ευθύνεται για την αλλαγή στη διεύθυνση της ταχύτητας:

α) Μόλις αρχίσει να κινείται, μετά το κτύπημα.

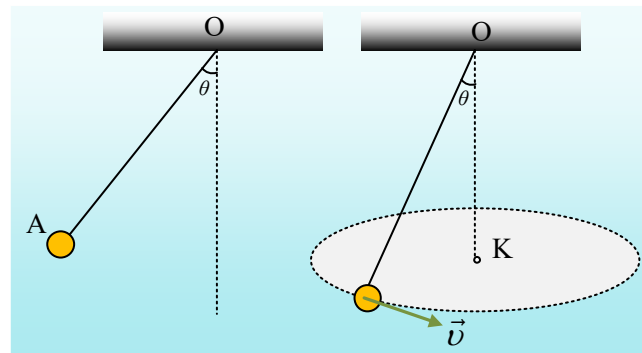
β) Στη θέση που θα σταματήσει.

iv) Να βρεθεί η θέση που τελικά το σώμα θα ηρεμήσει.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

2.35. Δύο διαφορετικές κυκλικές κινήσεις

Στο άκρο ενός νήματος μήκους 2m , έχουμε δέσει ένα μικρό σώμα μάζας $m=0,4\text{kg}$. Εκτρέπουμε το σώμα, φέρνοντάς το στη θέση A , ώστε το νήμα να σχηματίσει γωνία θ με την κατακόρυφο, όπου $\eta\mu\theta=0,6$ και $\sigma\upsilon\eta\theta=0,8$, όπως στο πρώτο σχήμα. Αφήνουμε το σώμα ελεύθερο να κινηθεί.



i) Να επιλέξετε ένα κατάλληλο σύστημα ορθογώνιων αξόνων και να αναλύσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα, αμέσως μόλις αφεθεί να κινηθεί.

Στη συνέχεια:

α) Να υπολογίσετε το μέτρο της τάσης του νήματος.

β) Να βρείτε την αρχική επιτάχυνση του σώματος.

γ) Τι κίνηση θα πραγματοποιήσει το σώμα;

γ₁) απλά καμπυλόγραμμη, γ₂) ομαλή κυκλική, γ₃) κυκλική μη ομαλή.

ii) Επαναλαμβάνουμε την εκτροπή του σώματος, αλλά τώρα, αφού το φέρουμε στην αρχική θέση A , όπως και προηγούμενα, του προσδίδουμε μια κατάλληλη οριζόντια ταχύτητα u , οπότε το σώμα διαγράφει οριζόντιο κύκλο, κέντρου K , ενώ το νήμα σχηματίζει ξανά γωνία θ , με την κατακόρυφο.

Αφού επιλέξετε ξανά ένα κατάλληλο σύστημα ορθογώνιων αξόνων, πάνω στο οποίο θα αναλύσετε τις ασκούμενες δυνάμεις, στη συνέχεια:

α) Να υπολογίσετε το μέτρο της τάσης του νήματος.

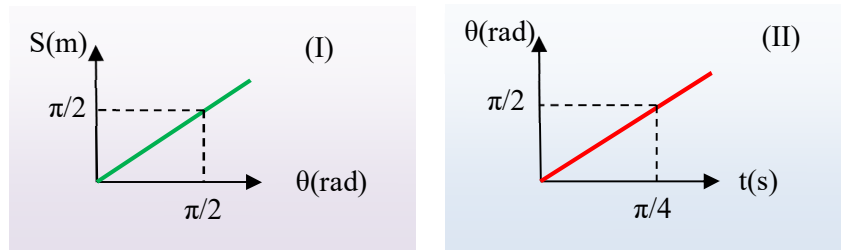
β) Να βρείτε την επιτάχυνση του σώματος.

γ) Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του σώματος.

2.36. Κυκλικές σκέψεις...

Σφαιρίδιο μάζας $m=1\text{Kg}$ δεμένο στο ένα άκρο νήματος μη εκτατού, με όριο αντοχής $T_\theta=16\text{N}$ εκτελεί κυκλική κίνηση σε λείο οριζόντιο επίπεδο με το άλλο άκρο του νήματος σταθερό στο οριζόντιο επίπεδο. Για την κίνηση αυτή δίδονται οι γραφικές παραστάσεις (I) διαστήματος (S) σε σχέση με την γωνία (θ) που διαγράφει η

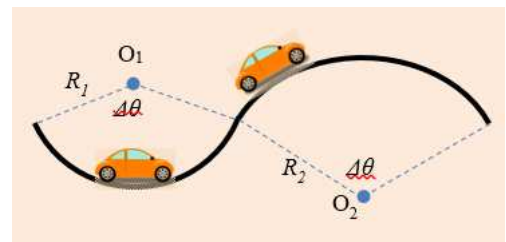
επιβατική ακτίνα και (II) γωνίας (θ) σε σχέση με το χρόνο.



- 1) Ποιο το μήκος του νήματος;
- 2) Ποια η γωνιακή και η γραμμική ταχύτητα του σφαιριδίου. Να σχεδιάσετε τα διανύσματά τους.
- 3) Ποια η \max γωνιακή ταχύτητα με την οποία μπορεί να περιστρέφεται το σφαιρίδιο;
- 4) Ποια η μετατόπιση του σφαιριδίου σε χρόνο $\Delta t = \pi/4$ s αν στρέφεται με τις ταχύτητες του 2^{ου} ερωτήματος ;
- 5) Ποιο το μέτρο της μεταβολής της ταχύτητας μέχρι τη στιγμή που για πρώτη φορά η μετατόπιση είναι ίση με την ακτίνα της τροχιάς

2.37. Μετά τη λακκούβα πάρε και ένα σαμαράκι...

Ένα αυτοκίνητο κινείται με σταθερό μέτρο ταχύτητας, όταν εισέρχεται σε βαθούλωμα κυκλικού σχήματος ακτίνας $R_1 = 100\text{m}$. Η επιτάχυνση που αισθάνεται ο οδηγός στο κατώτερο σημείο έχει μέτρο $0,4g$. Στη συνέχεια εξέρχεται από το βαθούλωμα και ανέρχεται σε «σαμαράκι» επίσης κυκλικού σχήματος ακτίνας R_2 , στο οποίο η επιτάχυνση αποκτά μέτρο $0,25g$. Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\text{m/s}^2$ και δεχόμαστε ότι ο οδηγός πετυχαίνει με κατάλληλη χρήση των χειριστηρίων να κρατάει το μέτρο της ταχύτητας συνεχώς σταθερό.



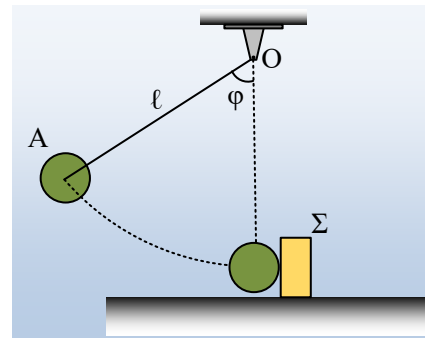
- α) Ποιο είναι το μέτρο της ταχύτητας του αυτοκινήτου και η ακτίνα R_2 ; Σχεδιάστε τα διανύσματα των επιταχύνσεων του αυτοκινήτου, καθώς διέρχεται από το κατώτερο σημείο του βαθουλώματος και το ανώτερο σημείο του υψώματος.
- β) Αν οι επίκεντρες γωνίες των δυο διαδρομών είναι $\Delta\theta = 120^\circ$ ποια είναι η χρονική διάρκεια που θα χρειαστεί το αυτοκίνητο να περάσει από τις δυο περιοχές;
- γ) Αν η μάζα του αυτοκινήτου είναι $m = 800\text{kg}$, πόση είναι η κάθετη αντίδραση που δέχεται το αυτοκίνητο από το δρόμο στο κατώτερο σημείο του βαθουλώματος και στο ανώτερο σημείο του υψώματος;
- δ) Παρατηρώντας τα αποτελέσματα της ερώτησης (γ) μπορείτε να προβλέψετε σε ποια από τις δύο θέσεις είναι δυνατόν να χαθεί η επαφή με το δρόμο; Με ποια ταχύτητα του αυτοκινήτου θα συνέβαινε αυτό; Θεωρούμε ότι το αυτοκίνητο ως υλικό σημείο, που βρίσκεται πάνω στο δρόμο και $g = 10\text{m/s}^2$.

2.38. Ένας συνδυασμός κυκλικής και ορμής

Η σφαίρα του σχήματος, μάζας $m_1 = 3\text{kg}$, ισορροπεί δεμένη στο άκρο μη ελαστικού κατακόρυφου νήματος μήκους $\ell = 2\text{m}$, το άλλο άκρο του οποίου έχει δεθεί σε σταθερό σημείο O , σε επαφή με σώμα Σ , μάζας $m_2 = 1\text{kg}$, το οποίο παρουσιάζει με το οριζόντιο επίπεδο συντελεστή τριβής $\mu = 0,3$. Εκτρέπουμε τη σφαίρα, φέρνοντάς την στη θέση A , όπου το νήμα σχηματίζει με την κατακόρυφη γωνία φ ($\eta\mu\varphi = 0,8$ και $\sigma\upsilon\eta\varphi = 0,6$) και την

αφήνουμε να κινηθεί.

- i) Ποια η αρχική επιτάχυνση της σφαίρας στη θέση A, μόλις αφεθεί να κινηθεί;
- ii) Να βρεθεί η ορμή και ο ρυθμός μεταβολής της ορμής της σφαίρας, τη στιγμή που το νήμα γίνεται κατακόρυφο, ελάχιστα πριν την σύγκρουσή της με το σώμα Σ.
- iii) Αν το σώμα Σ, μετά την κρούση διανύει απόσταση $6m$ στο οριζόντιο επίπεδο, μέχρι να σταματήσει, να βρεθεί η ενέργεια που κέρδισε στη διάρκεια της κρούσης.
- iv) Η σφαίρα μετά την κρούση, θα εκτραπεί προς τα δεξιά ή προς τα αριστερά; Ποιο το μέγιστο ύψος στο οποίο θα φτάσει;
- v) Κατά την παραπάνω κρούση μεταξύ των δύο σωμάτων είχαμε απώλεια μηχανικής ενέργειας ή όχι; $g=10m/s^2$.

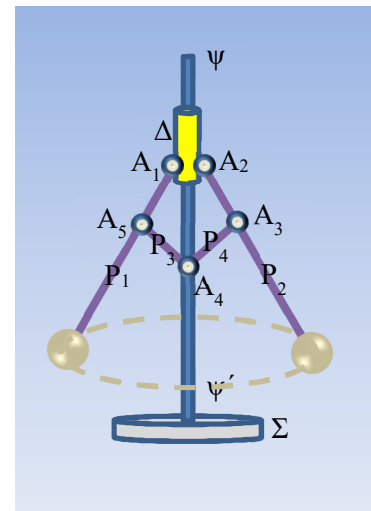


2.39. Αυτόματος ρυθμιστής παροχής ατμού (Ρυθμιστής Watt)

Η ανάρτηση απευθύνεται στους μαθητές που αύριο θα γίνουν μηχανικοί. Είμαι σίγουρος πως αν την ξαναδούν κάποτε, θα τους φανεί το λιγότερο ...απλοϊκή. Όσο πολύπλοκη όμως μηχανή και να έχουμε, πάντα θα υπακούει στους Νόμους της Μηχανικής του Newton.

Η διάταξη του σχήματος έχει σκοπό να κινεί κατακόρυφα το δακτύλιο Δ, ο οποίος συνδέεται με βαλβίδα ρύθμισης της παροχής του ατμού στον κύλινδρο μιας ατμομηχανής. (Η βαλβίδα δεν έχει σχεδιαστεί για λόγους απλούστευσης του σχήματος, αλλά δείτε τα σχόλια στο τέλος...). Αποτελείται από την κεντρική κατακόρυφη ράβδο-άξονα $\psi\psi$, τις αβαρείς ράβδους P_1, P_2, P_3, P_4 , τις αρθρώσεις A_1, A_2, A_3, A_4, A_5 , την τροχαλία Σ, προσαρμοσμένη στον άξονα $\psi\psi$ και τα δύο όμοια σφαιρίδια μάζας $m = 0,8kg$ το καθένα. Ο δακτύλιος Δ μπορεί να γλιστράει χωρίς τριβές πάνω στον άξονα $\psi\psi$.

Αν θέσουμε την τροχαλία σε περιστροφή, το σύστημα άξονας-ράβδοι-δακτύλιος, μπορεί να περιστρέφεται μαζί της, εξαιτίας της άρθρωσης A_4 , αλλά οι ράβδοι και ο δακτύλιος μπορούν να κινούνται και κατακόρυφα, με τον δακτύλιο Δ να γλιστράει πάνω στον κεντρικό άξονα $\psi\psi$.



- i) Όταν αυξάνουμε τη γωνιακή ταχύτητα περιστροφής της τροχαλίας, ο δακτύλιος Δ
 - α) ανέρχεται. β) κατέρχεται. γ) δεν αλλάζει θέση κατακόρυφα.

Δικαιολογείστε την απάντησή σας.

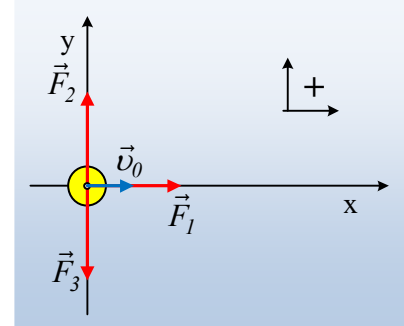
- ii) Σχεδιάστε ένα σχήμα που να φαίνεται συγκριτικά η διάταξη πριν και μετά την αύξηση της γωνιακής ταχύτητας.

- iii) Αν η τροχαλία έχει ακτίνα $r = 10cm$, η γραμμική ταχύτητα των σημείων της περιφέρειάς της έχει μέτρο $v = 0,5m/s$ και η ακτίνα περιστροφής κάθε σφαιριδίου είναι $R = 0,4m$, ποια είναι η γωνία θ ;

Δίνεται $g = 10\text{m/s}^2$.

2.40. Τρεις δυνάμεις, τρεις κινήσεις

Ένα σώμα μάζας $m=2\text{kg}$ κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο κατά μήκος ενός άξονα x με ταχύτητα $v_0=2\text{m/s}$ και τη στιγμή $t=0$ φτάνει σε ένα σημείο O , το οποίο λαμβάνουμε ως αρχή των οριζοντίων ορθογωνίων αξόνων x , y , όπως στο σχήμα (σε κάτωψη). Στη θέση αυτή μπορεί να δεχτεί την επίδραση μιας οριζόντιας δύναμης, σε τρεις διαφορετικές εκδοχές.



A) Σταθερή δύναμη όπως η $F_1=2\text{N}$, ίδιας κατεύθυνσης με την ταχύτητα v_0 .

B) Σταθερή δύναμη στην διεύθυνση y , όπως η F_2 μέτρου 2N , κάθετη στην αρχική ταχύτητα v_0 .

Γ) Δύναμη σταθερού μέτρου $F_3=2\text{N}$, η οποία διατηρείται διαρκώς κάθετη στην ταχύτητα του σώματος

a) Για τη στιγμή $t_1=2\text{s}$, να βρεθούν και για τις τρεις παραπάνω περιπτώσεις:

i) Το μέτρο της ταχύτητας του σώματος.

ii) Η θέση του σώματος.

iii) Να υπολογιστεί η μεταβολή της ταχύτητας του σώματος στην διεύθυνση x , από $0-2\text{s}$.

b) Να παρασταθούν γραφικά οι συναρτήσεις $x=x(t)$ για την τετμημένη του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο και για τις τρεις περιπτώσεις, μέχρι τη χρονική στιγμή $t_2=15\text{ s}$.