

## 3.2. Διατήρηση της Ορμής. Ομάδα Δ'.

### 3.41. Η ορμή σε ένα σύστημα σωμάτων

Από ορισμένο ύψος αφήνεται μια μπάλα Α μάζας  $m_1=0,5\text{kg}$  να πέσει ελεύθερα, ενώ ταυτόχρονα από το έδαφος εκτοξεύεται κατακόρυφα προς τα πάνω μια δεύτερη μπάλα μάζας  $m_2=0,4\text{kg}$ . Μετά από λίγο, τη στιγμή  $t_1$ , οι μπάλες έχουν ταχύτητες μέτρων  $v_1=4\text{m/s}$  και  $v_2=10\text{m/s}$ , όπως στο σχήμα.

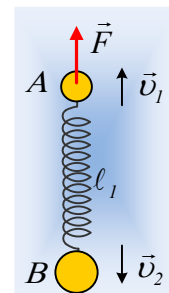


- Να υπολογιστεί η ορμή κάθε μπάλας και η συνολική ορμή του συστήματος των δύο σφαιρών.
- Να υπολογιστεί ο ρυθμός μεταβολής της ορμής κάθε σφαίρας καθώς και ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του συστήματος.
- Να υπολογιστεί η συνολική ορμή του συστήματος τη στιγμή  $t_2=t_1+0,5\text{s}$ , αν οι μπάλες δεν έχουν φτάσει ακόμη στο έδαφος.

Δίνεται  $g=10\text{m/s}^2$ , ενώ η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

### 3.42. Άλλο ένα σύστημα σωμάτων κινείται κατακόρυφα

Στα άκρα ενός ιδανικού ελατηρίου, σταθεράς  $k=100\text{N/m}$  και με φυσικό μήκος  $l_0=60\text{cm}$ , έχουμε δέσει δυο μικρές σφαίρες Α και Β με μάζες  $m_1=0,2\text{kg}$  και  $m_2=0,3\text{kg}$ . Δένουμε τη σφαίρα Α με νήμα, μέσω του οποίου της ασκούμε μια κατακόρυφη μεταβλητή δύναμη  $F$ . Κάποια στιγμή  $t_1$  το ελατήριο έχει μήκος  $l_1=68\text{cm}$  και οι σφαίρες ταχύτητες μέτρων  $v_1=5\text{m/s}$  και  $v_2=2\text{m/s}$ , όπως στο σχήμα, ενώ η δύναμη έχει μέτρο  $F=5\text{N}$ , το οποίο και διατηρούμε πλέον σταθερό. Για τη στιγμή  $t_1$ :



- Να υπολογιστεί η ορμή κάθε μπάλας και η συνολική ορμή του συστήματος των δύο σφαιρών.
- Να υπολογιστεί ο ρυθμός μεταβολής της ορμής κάθε σφαίρας καθώς και ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του συστήματος.
- Να υπολογιστεί η συνολική ορμή του συστήματος τη στιγμή  $t_2=t_1+2\text{s}$ .

Δίνεται  $g=10\text{m/s}^2$ , ενώ η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα.

### 3.43. Ρίχνοντας και πιάνοντας την μπάλα.

Ένας αθλητής στέκεται πάνω σε μία ακίνητη πλατφόρμα που μπορεί να κινηθεί σε λεία επιφάνεια. Ο αθλητής ρίχνει μια μπάλα προς το ακλόνητο πέτασμα στο άκρο της πλατφόρμας, με οριζόντια ταχύτητα ως προς το έδαφος  $v_1=20\text{m/s}$ . Η κατακόρυφη κίνηση της μπάλας εξαιτίας του βάρους της, μπορεί να αγνοηθεί. Καθώς η μπάλα χτυπά στο



πέτασμα ανακρούεται με ταχύτητα μέτρου  $v_1' = 20 \text{ m/s}$  και επιστρέφει. Η μάζα του συστήματος αθλητή – πλατφόρμας είναι  $M = 80 \text{ kg}$  ενώ της μπάλας  $m = 0,5 \text{ kg}$ .

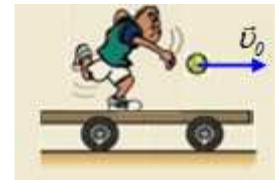
- Υποστηρίζεται ότι η πλατφόρμα μένει ακίνητη, μέχρι να κτυπήσει στο πέτασμα η μπάλα. Να εξηγήσετε αν αυτό είναι σωστό ή λανθασμένο.
- Να υπολογίσετε την ταχύτητα του συστήματος αθλητή-πλατφόρμα, μετά την κρούση της μπάλας με το πέτασμα.
- Εάν ο αθλητής πιάσει την μπάλα καθώς αυτή επιστρέφει προς το μέρος του, ποια θα είναι τελικά η ταχύτητα του συστήματος;

### 3.44. Ρίχνουμε την μπάλα, να πάει...

Στην προηγούμενη ανάρτηση:

#### Ρίχνοντας και πιάνοντας την μπάλα.

Ο αθλητής πέταγε και ξανάπιανε την μπάλα. Ας εξετάσουμε κάτι διαφορετικό τώρα. Ένας αθλητής μάζας  $M = 60 \text{ kg}$  στέκεται πάνω σε μία ακίνητη πλατφόρμα μάζας  $m_1 = 30 \text{ kg}$ , η οποία μπορεί να κινηθεί σε λεία επιφάνεια. Ο αθλητής ρίχνει μια μπάλα μάζας  $m = 0,5 \text{ kg}$  οριζόντια με αρχική ταχύτητα  $v_0 = 30 \text{ m/s}$  (ως προς το έδαφος). Το αποτέλεσμα είναι ο αθλητής να γλιστρήσει πάνω στην πλατφόρμα αποκτώντας ταχύτητα μέτρου  $0,2 \text{ m/s}$  (ως προς το έδαφος), αμέσως μετά την εκτόξευση.



- Υποστηρίζεται η άποψη ότι δεν αναπτύσσονται δυνάμεις τριβής μεταξύ του αθλητή και της πλατφόρμας και για το λόγο αυτό γλίστρησε ο αθλητής πάνω της. Να εξετάσετε αν αυτή είναι μια σωστή ή λανθασμένη άποψη.
- Η πλατφόρμα θα αποκτήσει ταχύτητα:
  - προς τα δεξιά,    β) προς τα αριστερά.

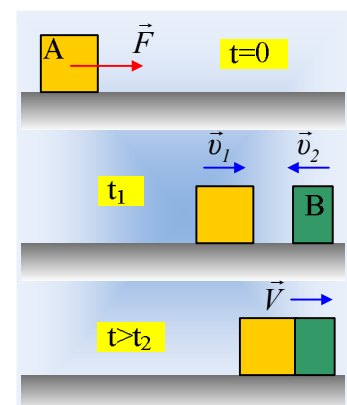
Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

- Να υπολογιστεί η ταχύτητα της πλατφόρμας, μόλις η μπάλα εγκαταλείπει το χέρι του αθλητή.
- Ποια θα είναι η ταχύτητα του αθλητή, μόλις πάψει να γλιστρά πάνω στην πλατφόρμα;

### 3.45. Μετά την επιτάχυνση μια πλαστική κρούση

Σε λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί ένα σώμα Α. Σε μια στιγμή  $t_0 = 0$  στο σώμα Α ασκείται μια σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου  $F = 1,5 \text{ N}$ , με φορά προς τα δεξιά, μέχρι τη στιγμή  $t_1 = 6 \text{ s}$ , όπου η δύναμη καταργείται. Τη στιγμή  $t_2 = 7 \text{ s}$  το σώμα Α συγκρούεται πλαστικά με δεύτερο σώμα Β μάζας  $m_2 = 1 \text{ kg}$ , το οποίο κινείται αντίθετα από το Α με ταχύτητα μέτρου  $1 \text{ m/s}$ .

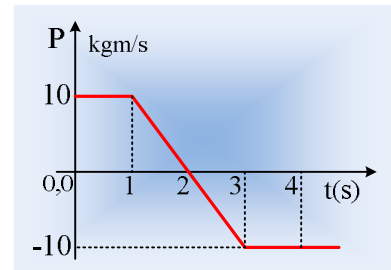
- Να υπολογιστεί η ορμή του σώματος Α ελάχιστα πριν την κρούση.
- Ποια η ορμή του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση;
- Αν η ταχύτητα του συσσωματώματος μετά την κρούση έχει μέτρο  $V = 2 \text{ m/s}$ , να βρεθούν:



- α) Η μάζα του Α σώματος.  
 β) Η μεταβολή της ορμής κάθε σώματος, η οποία οφείλεται στην κρούση.  
 γ) Η απώλεια της κινητικής ενέργειας κατά την πλαστική κρούση μεταξύ των δύο σωμάτων.

### 3.46. Η ορμή του σώματος μεταβάλλεται

Ένα σώμα κινείται προς τα δεξιά, σε λείο οριζόντιο επίπεδο και στο διάγραμμα φαίνεται ο τρόπος που μεταβάλλεται η ορμή του σε συνάρτηση με το χρόνο.

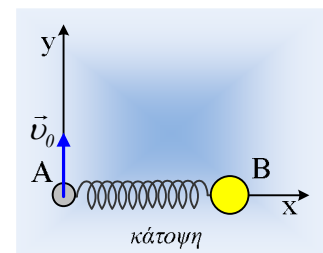


Ποιες προτάσεις είναι σωστές, ποιες λάθος και γιατί:

- Για  $t=2s$  η ορμή του σώματος είναι μηδέν, άρα και η δύναμη που του ασκείται είναι μηδέν.
- Η μεταβολή της ορμής του σώματος από 0-4s είναι ίση με μηδέν.
- Η μεταβολή της κινητικής ενέργειας του σώματος από τη στιγμή  $t_1=1s$  έως τη στιγμή  $t_2=3s$  είναι μηδέν.

### 3.47. Δυο σώματα αλληλεπιδρούν...

Σε λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμούν δυο σφαίρες Α και Β με μάζες  $m_1=1kg$  και  $m_2=2kg$  δεμένες στα άκρα ενός ιδανικού (αβαρούς) ελατηρίου, ο άξονας του οποίου βρίσκεται πάνω στον άξονα  $x$ , ενώ η σφαίρα Α βρίσκεται στην αρχή των ορθογωνίων οριζοντίων αξόνων  $x, y$  όπως στο σχήμα. Σε μια στιγμή  $t_0=0$ , η Α σφαίρα δέχεται κατάλληλο κτύπημα με αποτέλεσμα να κινηθεί με αρχική ταχύτητα μέτρου  $v_0=4m/s$ , με κατεύθυνση αυτή του άξονα  $y$ .



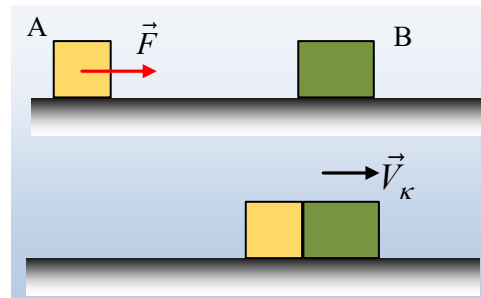
- Να υπολογιστεί η αρχική ορμή του συστήματος των δύο σφαιρών, καθώς και ο αρχικός ρυθμός μεταβολής της ορμής κάθε σώματος.
- Κάποια στιγμή  $t_1$  η σφαίρα Α έχει ταχύτητα με διεύθυνση αυτή του άξονα  $x$ , με φορά προς τα δεξιά και μέτρο  $v_{1x}=2,3m/s$ .
  - Να βρεθεί η μεταβολή της ορμής της σφαίρας Α μεταξύ των χρονικών στιγμών  $t_0$  (μετά το κτύπημα) και  $t_1$ .
  - Να υπολογιστεί η ορμή της Β σφαίρας τη στιγμή  $t_1$ .
  - Στο παραπάνω χρονικό διάστημα το ελατήριο ασκεί δυνάμεις στις δυο σφαίρες. Υποστηρίζεται η άποψη ότι τα έργα των δύο δυνάμεων από  $t_0$  έως  $t_1$  είναι αντίθετα, αφού παράγονται από αντίθετες δυνάμεις. Να εξετάσετε αν αυτό είναι σωστό, υπολογίζοντας τα έργα των δυνάμεων που ασκεί το ελατήριο σε κάθε σφαίρα.
  - Να σχολιάσετε τα παραπάνω αποτελέσματα.

### 3.48. Ενέργειες σε δυο κινήσεις και μια πλαστική κρούση.

Σε οριζόντιο επίπεδο ηρεμούν δύο σώματα Α και Β με μάζες  $m_1=2kg$  και  $m_2$ , τα οποία εμφανίζουν τον ίδιο συντελεστή τριβής ολίσθησης με το επίπεδο. Σε μια στιγμή ασκούμε μια σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου  $F=10N$  στο σώμα Α, με αποτέλεσμα να κινηθεί προς το σώμα Β, με το οποίο συγκρούεται πλαστικά μετά από

χρονικό διάστημα  $\Delta t_1=4\text{s}$ . Τη στιγμή της κρούσης, παύει να ασκείται στο σώμα η δύναμη  $F$ , ενώ το συσσωμάτωμα αποκτά αρχική ταχύτητα  $V_k=1,6\text{m/s}$  και σταματά, μετά από χρονικό διάστημα  $\Delta t_2=0,4\text{s}$ .

Χωρίς να χρησιμοποιήσετε τις επιταχύνσεις των σωμάτων, ούτε εξισώσεις ταχύτητας και μετατόπισης για τις δύο κινήσεις, προσπαθήστε να απαντήσετε στα παρακάτω ερωτήματα:



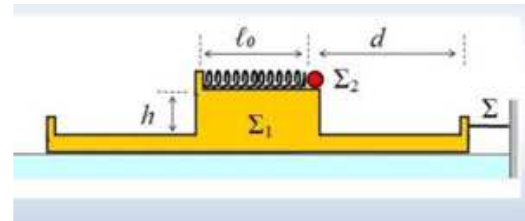
- i) Ποιος ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ των σωμάτων και του επιπέδου;
- ii) Ποια η ταχύτητα του σώματος A, ελάχιστα πριν την κρούση;
- iii) Να υπολογιστεί η μάζα  $m_2$  του B σώματος.
- iv) Ποια η αρχική απόσταση των δύο σωμάτων και πόσο διάστημα διανύει το συσσωμάτωμα μετά την κρούση;
- v) Τι ποσοστό της ενέργειας που μεταφέρεται στο A σώμα, μέσω του έργου της δύναμης  $F$ :
  - α) Μετατρέπεται σε θερμική, εξαιτίας της τριβής, πριν την κρούση.
  - β) μετατρέπεται σε θερμική (και ενέργει μόνιμης παραμόρφωσης) στη διάρκεια της κρούσης.

Δίνεται  $g=10\text{m/s}^2$ .

### 3.49. Κανό – σφαίρα – ελατήριο

Ένα ελαφρύ κανό  $\Sigma_1$  συνολικής μάζας  $m_1$  επιπλέει, δεμένο από την προκυμαία με σκοινί  $\Sigma$ .

Το μεσαίο τμήμα του είναι υπερυψωμένο κατά ύψος  $h = 0,45\text{ m}$  δημιουργώντας ένα λείο και οριζόντιο τραπέζι. Πάνω



στο τραπέζι υπάρχει οριζόντιο ιδανικό ελατήριο, στερεωμένο στο αριστερό του άκρο σε σταθερή προεξοχή. Στο δεξιό άκρο του τραπεζιού ισορροπεί σφαίρα  $\Sigma_2$  μικρών διαστάσεων και μάζας  $m_2$ . Στη θέση αυτή η σφαίρα εφάπτεται με το ελεύθερο άκρο του ελατηρίου.

Η οριζόντια απόσταση μέχρι την δεξιά άκρη του κανό είναι  $d = 2\text{ m}$ .

1. Σπρώχνουμε προς τα αριστερά τη σφαίρα  $\Sigma_2$  ώστε το ελατήριο να συμπιεστεί κατά  $\Delta\ell$  και την αφήνουμε ελεύθερη, οπότε εκτινάσσεται οριζόντια από το ελατήριο και πέφτει στο κανό σε οριζόντια απόσταση  $S = 0,3\sqrt{20}\text{ m}$  (περίπου  $1,34\text{ m}$ ) από τη βάση του τραπεζιού. Να βρείτε την οριζόντια ταχύτητα με την οποία εγκαταλείπει η σφαίρα το ελατήριο.

2. Επαναλαμβάνουμε το πείραμα, προκαλώντας πάλι ίδια συσπίρωση  $\Delta\ell$  στο ελατήριο, αλλά τώρα τη στιγμή που αφήνουμε τη σφαίρα ελεύθερη, κόβουμε ταυτόχρονα και το σκοινί  $\Sigma$ , ώστε να μπορεί και το κανό να κινηθεί. Ζητούνται:

- i) Οι ταχύτητες των  $\Sigma_1$ ,  $\Sigma_2$  τη στιγμή που το ελατήριο αποκτά το φυσικό του μήκος.
- ii) Η οριζόντια απόσταση από τη βάση του τραπεζιού στην οποία συναντά η σφαίρα το κανό.

Δίνονται:  $m_1 = 4 \cdot m_2$ ,  $m_2 = 2\text{ kg}$ ,  $g = 10\text{ m/s}^2$ .

### 3.50. Η μεταβολή της ορμής και ο ρυθμός μεταβολής της

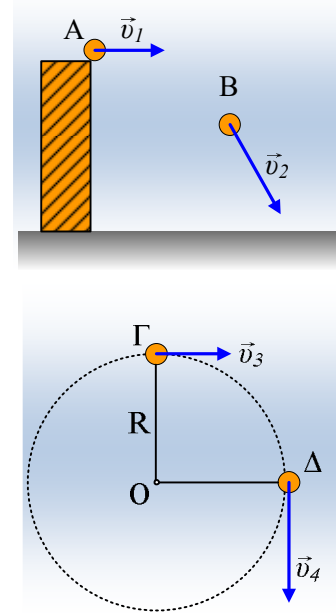
Μια μικρή σφαίρα μάζας  $m=0,5\text{kg}$ , εκτοξεύεται οριζόντια από τη θέση A σε ορισμένο ύψος, με αρχική ταχύτητα  $v_1$  και μετά από χρονικό διάστημα  $\Delta t=1,2\text{s}$ , φτάνει στη θέση B, έχοντας ταχύτητα  $v_2$ , όπως στο σχήμα.

- i) Να υπολογιστεί ο ρυθμός μεταβολής της ορμής της σφαίρας στις θέσεις A και B, καθώς και η μεταβολή της ορμής μεταξύ των δύο αυτών θέσεων.
- ii) Αν  $v_1=4\text{m/s}$ , να υπολογιστεί η ορμή της σφαίρας στις θέσεις A και B.

Η ίδια σφαίρα δένεται στο άκρο νήματος μήκους  $\ell = 1\text{m}$  και διαγράφει κατακόρυφο κύκλο, κέντρου O και ακτίνας  $R=\ell$ . Στο ανώτερο σημείο Γ της τροχιάς της, η σφαίρα έχει ταχύτητα  $v_3=4\text{m/s}$ .

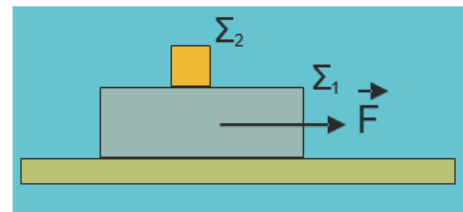
- iii) Να υπολογιστεί η ταχύτητα της σφαίρας στη θέση Δ, που το νήμα γίνεται οριζόντιο.
- iv) Να βρεθούν:
  - α) Οι ρυθμοί μεταβολής της ορμής της σφαίρας στις θέσεις Γ και Δ.
  - β) Η μεταβολή της ορμής μεταξύ των δύο παραπάνω θέσεων.

Δίνεται  $g=10\text{m/s}^2$ .



### 3.51. Ένα σύστημα σωμάτων και ο ρυθμός μεταβολής ορμής

Ένα κιβώτιο  $\Sigma_1$  μάζας  $m_1 = 2\text{kg}$  είναι αρχικά ακίνητο σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Πάνω στο κιβώτιο βρίσκεται σώμα  $\Sigma_2$  μάζας  $m_2 = 1\text{kg}$ , όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Ο συντελεστής οριακής τριβής μεταξύ των δύο σωμάτων είναι  $\mu_{op} = 0,3$ .

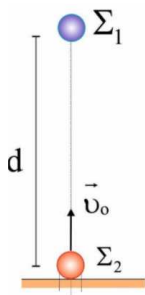


Τη χρονική στιγμή  $t_0=0$  το κιβώτιο δέχεται μια οριζόντια σταθερή δύναμη προς τα δεξιά, της οποίας το μέτρο είναι  $F = 6\text{N}$ . Τα δύο σώματα κινούνται χωρίς να ολισθαίνει το ένα ως προς το άλλο. Η επιτάχυνση βαρύτητας έχει μέτρο  $g=10\text{m/s}^2$ .

- A. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με το γράμμα (Σ) ή (Λ) αν είναι σωστές ή λανθασμένες αντίστοιχα.
  - α. Το σύστημα των σωμάτων  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  είναι μονωμένο.
  - β. Το μέτρο της ορμής του συστήματος αυξάνεται σε συνάρτηση με το χρόνο.
  - γ. Το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής του συστήματος αυξάνεται με το χρόνο.
  - δ. Το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής του κιβωτίου  $\Sigma_1$  είναι  $6\text{Kg}\cdot\text{m/s}^2$
  - ε. Το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής του κιβωτίου  $\Sigma_1$  είναι ίσο με το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής του σώματος  $\Sigma_2$ .
- B. Ποιό είναι μέτρο του μέγιστου ρυθμού μεταβολής ορμής του συστήματος προκειμένου να μην υπάρξει ολίσθηση μεταξύ των σωμάτων ;

### 3.52. Πλαστική κρούση.. αλλά κατακόρυφα!

Τα δύο σώματα Σ1 και Σ2 του σχήματος με μάζες  $m_1$  και  $m_2 = 2 \text{ kg}$  αντίστοιχα, βρίσκονται στην ίδια κατακόρυφο με το σώμα Σ1 να συγκρατείται ακίνητο σε ύψος  $d = 1 \text{ m}$  από το έδαφος. Τη χρονική στιγμή  $t = 0$  αφήνεται ελεύθερο το σώμα Σ1 ενώ ταυτόχρονα το σώμα Σ2 εκτοξεύεται από το έδαφος κατακόρυφα προς τα πάνω με ταχύτητα μέτρου  $v_0$ . Τα δύο σώματα συγκρούονται πλαστικά τη χρονική στιγμή  $t_1 = 0,2 \text{ s}$  ενώ, θεωρώντας αμελητέα τη χρονική διάρκεια της κρούσης, το Σ1 φτάνει στο έδαφος τη χρονική στιγμή  $t_2 = 0,6 \text{ s}$ , χωρίς να αντιστρέψει τη φορά της κίνησής του σε όλη τη διάρκεια της κίνησής του.

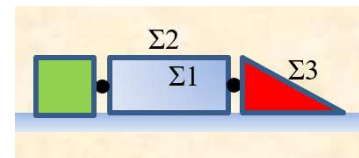


- Πόση είναι η μεταβολή της ορμής του σώματος Σ2 στο χρονικό διάστημα από 0 ως  $t_1$ ;
- Να δείξετε ότι η απώλεια ενέργειας λόγω της κρούσης είναι μέγιστη.
- Να υπολογιστεί η απώλεια ενέργειας λόγω της κρούσης.
- Πόσο είναι το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής του συσσωματώματος κατά την κίνησή του; Δίνεται  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

Να αγνοηθεί η αντίσταση του αέρα.

### 3.53. Μετά την εκτόξευση πως θα σταματήσει;

Μια ομάδα μαθητών, θέλοντας να μελετήσει την αρχή διατήρησης ορμής κατά τη διάσπαση ενός συστήματος σωμάτων, έφτιαξε τη διάταξη του σχήματος, που μοιάζει με πύραυλο και αποτελείται από τρία σώματα, σε επαφή μεταξύ τους, που ηρεμούν πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Το μεσαίο σώμα



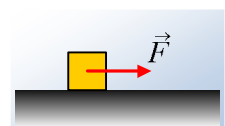
Σ2 έχει μάζα  $M = 6 \text{ kg}$  και τα ακραία Σ1 και Σ3 έχουν ίσες μάζες  $m = 2 \text{ kg}$  το καθένα. Μεταξύ των σωμάτων τοποθέτησαν ελάχιστη ποσότητα εκρηκτικού υλικού και φυτίλια κατάλληλου μήκους, τα οποία και άναψαν, ώστε να πυροδοτήσουν διαδοχικά τα εκρηκτικά σε καθορισμένες χρονικές στιγμές.

Τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$ , το Σ1 εκτοξεύεται προς τα αριστερά, με ταχύτητα  $\vec{v}_1$  μέτρου  $|v_1| = 4 \text{ m/s}$ , ενώ τη χρονική στιγμή  $t_1 = 0,8 \text{ s}$ , το Σ3 εκτοξεύεται προς τα δεξιά, με ταχύτητα  $\vec{v}_3$  μέτρου  $|v_3| = 5 \text{ m/s}$ . Οι ταχύτητες είναι μετρημένες από έναν ακίνητο παρατηρητή, οι εκρήξεις διαρκούν αμελητέο χρονικό διάστημα και η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

- Ποια είναι η ταχύτητα  $\vec{v}_2$  του τμήματος Σ2-Σ3, αμέσως μετά την εκτόξευση του Σ1;
- Ποια είναι η ταχύτητα του Σ2 αμέσως μετά την εκτόξευση του Σ3;
- Ποιο είναι το συνολικό ποσό της ενέργειας που εκλύθηκε από τα εκρηκτικά, αν το 58,7% αυτής έγινε θερμότητα και ακτινοβολία;
- Ποια θα είναι η μετατόπιση κάθε σώματος τη χρονική στιγμή  $t_2 = 2,8 \text{ s}$ ;
- Ποια θα έπρεπε να είναι η ταχύτητα εκτόξευσης του Σ3 ώστε το Σ2 να ακινητοποιηθεί;

### 3.54. Η ορμή εξαιτίας σταθερής και μεταβλητής δύναμης

A) Σε λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί ένα σώμα. Σε μια στιγμή  $t_0 = 0$  ασκείται στο σώμα αυτό μια σταθερή οριζόντια δύναμη  $\vec{F}$ , μέτρου  $F = 4 \text{ N}$ .



- Να υπολογιστεί η ορμή του σώματος τη χρονική στιγμή  $t_1 = 5 \text{ s}$ .



ii) Να κάνετε τη γραφική παράσταση  $F-t$  και να υπολογίσετε το εμβαδόν του χωρίου που σχηματίζεται μεταξύ γραφικής παράστασης και άξονα των χρόνων. Σε τι συμπέρασμα καταλήγετε;

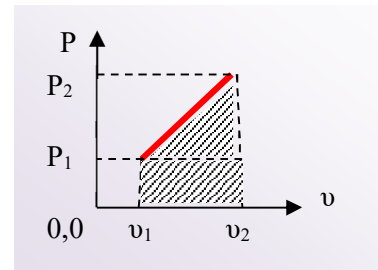
B) Επαναλαμβάνουμε το πείραμα, αλλά τώρα η ασκούμενη δύναμη  $\vec{F}$ , είναι μεταβλητή, το μέτρο της οποίας μεταβάλλεται με το χρόνο, σύμφωνα με την εξίσωση  $F=4t$  (S.I.).

i) Να υπολογιστεί η ορμή του σώματος τη χρονική στιγμή  $t_1=5s$ .

ii) Να κάνετε τη γραφική παράσταση της ορμής του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο, μέχρι της στιγμής  $t_2=6s$  και να βρείτε την κλίση της καμπύλης που θα πάρετε, τη στιγμή  $t_1$ .

### 3.55. Ορμή μεταξύ...B' και Γ'

I) Ένα σώμα μάζας  $m$  ενώ κινείται ευθύγραμμα με σταθερή ταχύτητα μέτρου  $v_1$ , δέχεται τη δράση άγνωστης μετρικά δύναμης, στην διεύθυνση της ταχύτητας για χρονικό διάστημα  $\Delta t$ . Αν η ορμή του σώματος στο διάστημα  $\Delta t$  μεταβάλλεται σε σχέση με την ταχύτητα σύμφωνα με το διάγραμμα να αποδείξετε ότι το γραμμοσκιασμένο εμβαδόν εκφράζει αριθμητικά το έργο της άγνωστης δύναμης.



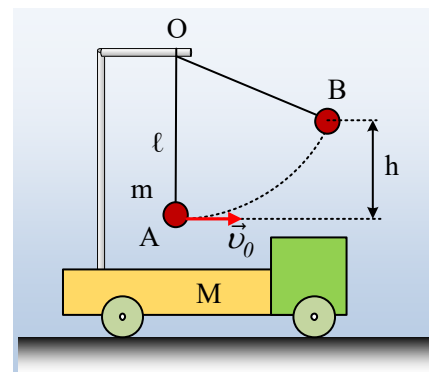
II) Στην αφετηρία A μιας μη λείας οριζόντιας πίστας περνούν την  $t=0$ , με ίδια ταχύτητα  $v_0$  δυο πανομοιότυπα κινητά I και II ολισθαίνοντας σε παράλληλες τροχιές δεχόμενα ίδια τριβή T. Το B εκείνη τη στιγμή δέχεται τη δράση σταθερής δύναμης F ομόρροπη της  $v_0$  για χρονικό διάστημα  $\Delta t$  και παύει να ενεργεί στη συνέχεια. Το κινητό A συνεχίζει μετά την αφετηρία και τη στιγμή που η ταχύτητά του μηδενίζεται δέχεται την ίδια δύναμη  $F>T$ , με του B για ίδιο  $\Delta t$  και παύει να ενεργεί στη συνέχεια.

A) Οι χρονικές στιγμές στις οποίες θα σταματήσουν τελικά τα κινητά θα ικανοποιούν τη σχέση: α)  $t_I > t_{II}$  β)  $t_I < t_{II}$  γ)  $t_I = t_{II}$

B) Οι μετατοπίσεις των κινητών μέχρι να σταματήσουν τελικά θα ικανοποιούν τη σχέση: α)  $\Delta X_I > \Delta X_{II}$  β)  $\Delta X_I < \Delta X_{II}$  γ)  $\Delta X_I = \Delta X_{II}$

### 3.56. Κυκλική κίνηση και ορμή

Σε ένα αμαξίδιο έχει προσαρμοσθεί κατάλληλο στήριγμα, από σημείο O του οποίου κρέμεται, μέσω νήματος μήκους  $l=1m$ , μια σφαίρα μάζας  $m=1kg$ . Σε μια στιγμή η σφαίρα δέχεται στιγμιαίο κτύπημα, με αποτέλεσμα να αποκτήσει οριζόντια ταχύτητα  $v_0$ . Συγκρατώντας ακίνητο το αμαξίδιο, η σφαίρα ανέρχεται μέχρι τη θέση B, σε ύψος  $h=0,8m$ , πριν κινηθεί ξανά προς τα κάτω.



i) Να υπολογισθεί η αρχική ορμή της σφαίρας (αμέσως μετά το κτύπημα), καθώς και ο αντίστοιχος ρυθμός μεταβολής της ορμής της.

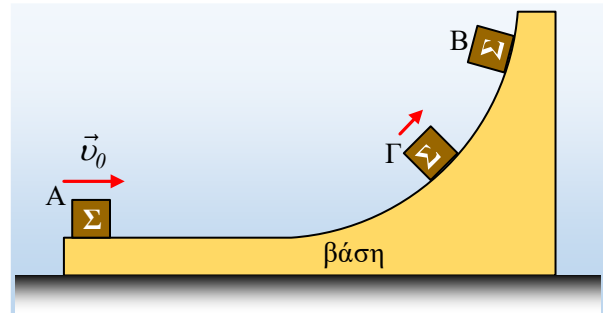
ii) Να βρεθεί η τάση του νήματος, καθώς και η στιγμιαία επιτάχυνση της σφαίρας, στη θέση B.

iii) Επαναλαμβάνουμε το πείραμα, η σφαίρα αποκτά την ίδια αρχική ταχύτητα  $v_0$ , μετά το κτύπημα, αλλά τώρα αφήνουμε το αμαξίδιο ελεύθερο να κινηθεί, στο λείο οριζόντιο επίπεδο. Αν η μέγιστη ταχύτητα που αποκτά το αμαξίδιο, μέχρι να σταματήσει η άνοδος της σφαίρας, έχει μέτρο  $v_k=1\text{m/s}$ , ενώ το νήμα παραμένει διαρκώς τεντωμένο, να βρεθούν:

- Η συνολική μάζα  $M$  αμαξιδίου-στηρίγματος.
- Το μέγιστο ύψος  $h'$  στο οποίο θα φτάσει η σφαίρα.

### 3.57. Η ορμή για κίνηση πάνω σε βάση

Ένα μικρό σώμα  $\Sigma$  μάζας  $m$  ηρεμεί πάνω σε μια βάση, στη θέση  $A$ , όπως στο σχήμα. Η βάση έχει μάζα  $M=3m$  και βρίσκεται σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Σε μια στιγμή το σώμα  $\Sigma$  δέχεται στιγμιαίο κτύπημα, με αποτέλεσμα να αποκτήσει οριζόντια ταχύτητα  $v_0$  και να κινηθεί πάνω στη βάση και μετά από λίγο αρχίζει να ανέρχεται φτάνοντας μέχρι την θέση  $B$  του σχήματος, πριν κινηθεί ξανά προς τα κάτω. Τριβές μεταξύ του σώματος  $\Sigma$  και της βάσης, δεν υπάρχουν.

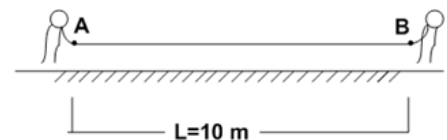


- Στη διάρκεια της μετακίνησης του  $\Sigma$  από το  $A$  στο  $B$ , η βάση παραμένει ή όχι ακίνητη;
- Στη θέση  $B$ , όπου το  $\Sigma$  σταματά να κινείται προς τα πάνω κατά μήκος της βάσης, έχει ταχύτητα:
  - μηδενική.
  - οριζόντια προς τα δεξιά.
  - οριζόντια προς τα αριστερά.
- Να υπολογιστεί η μέγιστη ταχύτητα της βάσης, μέχρι να φτάσει το σώμα  $\Sigma$  στη θέση  $B$ .
- Κατά τη διάρκεια της κίνησης του σώματος  $\Sigma$  από τη θέση  $A$  στη θέση  $\Gamma$ , η ορμή του συστήματος σώμα  $\Sigma$ -βάση, παραμένει σταθερή;

Να δικαιολογήσετε αναλυτικά τις απαντήσεις σας.

### 3.58. Τράβα με να σε τραβώ...

Δύο μαθητές παγοδρόμοι  $A$  και  $B$ , με μάζες αντίστοιχα  $m_1=40\text{Kg}$  και  $m_2=60\text{Kg}$ , κρατούν τις άκρες ενός σχοινού αμελητέας μάζας. Οι μαθητές στέκονται αρχικά ακίνητοι πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο (παγοδρόμιο) απέχοντας μεταξύ τους  $L=10\text{m}$ . Κάποια στιγμή οι μαθητές αρχίζουν να μαζεύουν το σχοινί ασκώντας δύναμη ο ένας στον άλλον, χωρίς να πέσει κανείς από τους δύο.



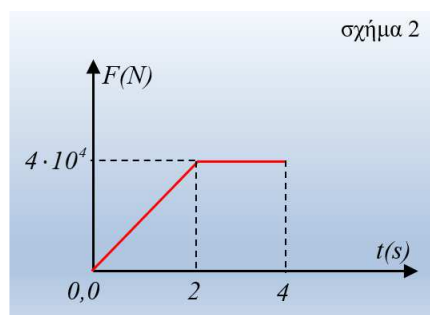
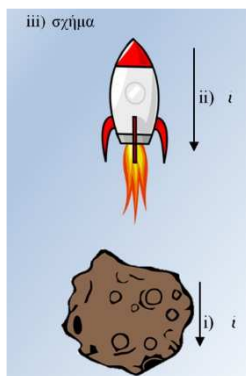
- Να βρείτε ποια είναι η σχέση μεταξύ των δυνάμεων που ασκεί ο ένας μαθητής στον άλλο μέσω του σχοινού.
- Αν ελάχιστα πριν τη στιγμή της συνάντησης, ο μαθητής  $A$  έχει αποκτήσει ταχύτητα μέτρου  $v_1=2\text{m/s}$ , ποιά θα είναι το μέτρο της ταχύτητας του μαθητή  $B$ ;
- Να βρεθεί η απόσταση που θα έχει διανύσει ο κάθε μαθητής μέχρι τη στιγμή που συναντώνται.



iv) Αν η δύναμη που ασκεί ο κάθε μαθητής θεωρηθεί σταθερή να βρείτε το μέτρο της καθώς και τη χρονική στιγμή που οι μαθητές συναντώνται.

### 3.59. Προσγείωση εξερευνητικού σκάφους

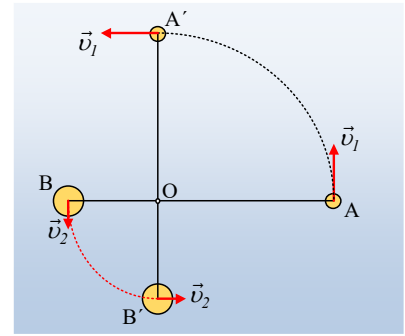
Ένας αστεροειδής κινείται στο διάστημα με σταθερή ταχύτητα  $v_A = 5\text{ km/s}$ . Θέλουμε να προσγειώσουμε στην επιφάνειά του ένα εξερευνητικό, μη επανδρωμένο όχημα, μάζας  $m = 1200\text{ kg}$ . Η ταχύτητα του οχήματος είναι ίδιας κατεύθυνσης με την  $\vec{v}_A$  και μέτρου  $v_0 = 5,1\text{ km/s}$ . Για να επιβραδύνουμε το σκάφος, θέτουμε σε λειτουργία τους ανασχετικούς πυραύλους του για  $\Delta t = 4\text{ s}$ , εκτοξεύοντας καυσάερια προς την κατεύθυνση της κίνησης, όπως φαίνεται στο σχήμα 1, με αποτέλεσμα να ασκείται στο διαστημικό όχημα δύναμη, που το μέτρο της μεταβάλλεται χρονικά όπως στο διάγραμμα του σχήματος 2.



- i) Γιατί η εκτόξευση καυσασερίων, προς την κατεύθυνση της κίνησης, επιβραδύνει το όχημα;
- ii) Την απαιτούμενη δύναμη πέδησης στο όχημα δημιουργεί
- ένα αλεξιπτώτο που ανοίγει την κατάλληλη στιγμή.
  - ένα ειδικό φρένο όπως στα αυτοκίνητα, που ενεργοποιεί ο υπολογιστής του σκάφους.
  - τα καυσάερια καθώς εξέρχονται από τα ακροφύσια των κινητήρων.
- iii) Ποια μεταβολή ορμής προκαλούν στο σκάφος οι ανασχετικοί πύραυλοι; Να κάνετε κατάλληλο σχήμα με τα διανύσματα των ορμών.
- iv) Υποθέτοντας αμελητέα την μεταβολή μάζας του οχήματος εξαιτίας της εκροής των καυσασερίων βρείτε ποια θα είναι η ταχύτητα του οχήματος στο τέλος αυτής της διαστημικής μανούβρας.
- v) Αν η θερμαντική ικανότητα της υδραζίνης ( $\text{N}_2\text{H}_4$ ), δηλαδή του καυσίμου, είναι  $20\text{ MJ/kg}$ , υπολογίστε τη μάζα που κάηκε, αν η ενεργειακή απόδοση του κινητήρα είναι  $60,6\%$ .
- Η βαρυτική αλληλεπίδραση μεταξύ του οχήματος και του αστεροειδούς είναι αμελητέα και οι ταχύτητες είναι υπολογισμένες ως προς ακίνητο παρατηρητή.

### 3.60. Δοο σφαίρες σε κυκλικές τροχιές

Σε λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμούν δύο μικρές σφαίρες Α και Β δεμένες στα άκρα μη ελαστικού (και τεντωμένου) νήματος μήκους  $\ell=1,2\text{m}$ . Σε μια στιγμή  $t_0=0$ , κτυπάμε ταυτόχρονα τις δύο σφαίρες προσδίδοντάς τους οριζόντιες ταχύτητες με μέτρα  $v_1=2\text{m/s}$  και  $v_2=1\text{m/s}$ , κάθετες προς το νήμα. Παρατηρούμε στη συνέχεια τις σφαίρες να εκτελούν ομαλή κυκλική κίνηση, σε τροχιές με κέντρο ένα (ελεύθερο) σημείο Ο του νήματος, ενώ το νήμα παραμένει διαρκώς τεντωμένο. Στο σχήμα, (σε κάτοψη) βλέπετε τις αρχικές θέσεις των δύο σφαιρών, καθώς και τις θέσεις τους μετά από  $\frac{1}{4}$  της κοινής περιόδου περιφοράς τους.



- i) Να βρεθούν οι ακτίνες των κυκλικών τροχιών που διαγράφουν οι σφαίρες.
- ii) Αν  $m_1=0,1\text{kg}$ , να υπολογιστούν:
  - α) Η ορμή και ο (στιγμιαίος) ρυθμός μεταβολής της ορμής της Α σφαίρας, στην αρχική θέση.
  - β) Η μεταβολή της ορμής της Α σφαίρας, μέχρι η επιβατική ακτίνα να διαγράψει γωνία  $90^\circ$ , ερχόμενη στη θέση Α'.
  - γ) Ο μέσος ρυθμός μεταβολής της ορμής της σφαίρας Α, κατά την παραπάνω μετακίνησή της.
- iii) Αφού υπολογίσετε την μάζα της δεύτερης σφαίρας, να υπολογίσετε την ορμή του συστήματος των δύο σφαιρών και το ρυθμό μεταβολής της ορμής, τη στιγμή  $t_0=0^+$ .

### Υλικό Φυσικής-Χημείας

Γιατί το να μοιάζεις πράγματα, είναι καλό για όλους...