

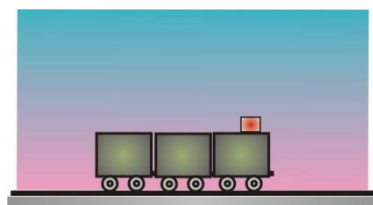
Η βλάβη του τρένου

Το επόμενο πρόβλημα ήταν θέμα εφαρμοσμένων μαθηματικών στις εξετάσεις για τα Βρετανικά πανεπιστήμια προς το τέλος της δεκαετίας του ογδόντα.

Ενώ δεν είναι πρωτότυπο (το τρένο επιταχύνεται, κινείται ευθύγραμμα ομαλά, επιβραδύνεται και σταματά), είναι ενδιαφέρον. Εξετάζει σχεδόν το σύνολο της αντίστοιχης θεωρίας, ενώ κάποιες γραφικές παραστάσεις μπορούν εύκολα να προστεθούν. Είναι θέμα διαβαθμισμένης δυσκολίας η οποία δεν ξεπερνά το μέτρο. Επίσης είναι ένα θέμα που **αναφέρεται σε** κάτι το οποίο θα μπορούσε να είναι **πραγματικό γεγονός**.

Το μετέφρασα, έδωσα μία λύση και σας το προτείνω.

Ένα τρένο επιταχύνει με σταθερή επιτάχυνση a_1 και επιβραδύνει με σταθερή επιβράδυνση a_2 . Σε ένα ταξίδι 45,6km το τρένο επιταχύνει από την ηρεμία για απόσταση 0,8km μέχρι να αποκτήσει τη μέγιστη ταχύτητά του που είναι 40m/s. Κατόπιν συνεχίζει με αυτή την ταχύτητα και 80s πριν από το τέλος του ταξιδιού επιβραδύνει και σταματά.

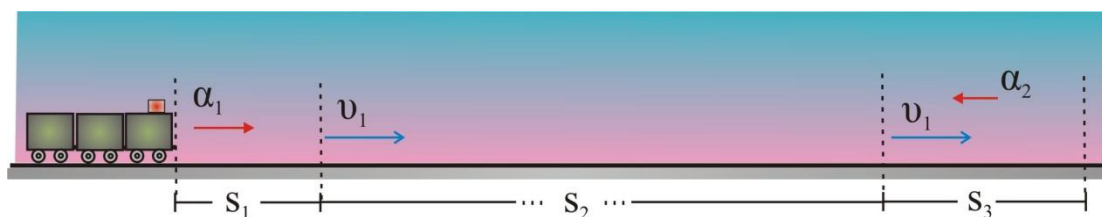


A. Να υπολογίσετε:

- τα a_1 και a_2 ,
- τον χρόνο που χρειάστηκε το τρένο για να αποκτήσει τη μέγιστη ταχύτητά του από την ηρεμία,
- την απόσταση κατά την οποία επιβράδυνε,
- τον χρόνο διάρκειας του ταξιδιού.

B. Μια μέρα, κατά τη διάρκεια του ταξιδιού, εξαιτίας κάποιας βλάβης το τρένο αναγκάζεται να σταματήσει από τα 40m/s, να μείνει ακίνητο για 5min και κατόπιν να συνεχίσει το ταξίδι του. Να υπολογίσετε την καθυστέρηση του τρένου.

ΛΥΣΗ



A. i) Το τρένο επιταχύνεται και διανύει διάστημα $s_1 = 0,8\text{km} = 800\text{m}$.

$$s_1 = \frac{v_1^2}{2a_1} \Rightarrow a_1 = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Το τρένο επιβραδύνεται για $(\Delta t)_3 = 80\text{s}$ και σταματά.

$$(\Delta t)_3 = \frac{v_1}{\alpha_2} \Rightarrow \alpha_2 = 0,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\text{ii) } v_1 = \alpha_1 (\Delta t)_1 \Rightarrow (\Delta t)_1 = 40\text{s}$$

$$\text{iii) } s_3 = \frac{v_1^2}{2\alpha_2} \Rightarrow s_3 = 1.600\text{m}$$

$$\text{iv) } s_1 = \frac{1}{2} \alpha_1 (\Delta t)_1^2 \Rightarrow s_1 = 800\text{m} \text{ και } s_{\text{ολ}} = 45,6\text{km} = 45.600\text{m}$$

$$s_{\text{ολ}} = s_1 + s_2 + s_3 \Rightarrow s_2 = 43.200\text{m}$$

$$v_1 = \frac{s_2}{(\Delta t)_2} \Rightarrow (\Delta t)_2 = 1.080\text{s}$$

$$(\Delta t)_{\text{ολ}} = (\Delta t)_1 + (\Delta t)_2 + (\Delta t)_3 \Rightarrow (\Delta t)_{\text{ολ}} = 1.200\text{s} = 20 \text{ min}$$

B. Το τρένο επιβραδύνεται, μένει ακίνητο για $5 \text{ min} = 300\text{s}$ και επιταχύνεται.

$$(\Delta t)_{\text{βλάβης}} = (\Delta t)_{\text{επιβ.}} + (\Delta t)_{\text{ακιν.}} + (\Delta t)_{\text{επιταχ.}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (\Delta t)_{\text{βλάβης}} = (\Delta t)_3 + (\Delta t)_{\text{ακιν.}} + (\Delta t)_1 \Rightarrow (\Delta t)_{\text{βλάβης}} = 420\text{s}$$

$$s_{\text{βλάβης}} = s_{\text{επιβ.}} + s_{\text{επιταχ.}} \Rightarrow s_{\text{βλάβης}} = s_3 + s_1 \Rightarrow s_{\text{βλάβης}} = 2.400\text{m}$$

Χωρίς βλάβη το τρένο διανύει την ίδια διαδρομή σε χρόνο:

$$\Delta t = \frac{s_{\text{βλάβης}}}{v_1} \Rightarrow \Delta t = 60\text{s}$$

Η καθυστέρηση θα είναι: $(\Delta t)_{\text{καθ.}} = (\Delta t)_{\text{βλάβης}} - \Delta t$ άρα

$$(\Delta t)_{\text{καθ.}} = 360\text{s} = 6 \text{ min}$$