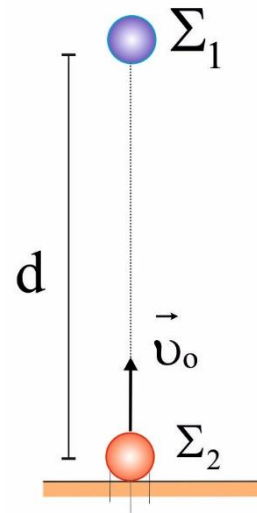


Πλαστική κρούση.. αλλά κατακόρυφα!

Τα δύο σώματα Σ_1 και Σ_2 του σχήματος με μάζες m_1 και $m_2 = 2 \text{ kg}$ αντίστοιχα, βρίσκονται στην ίδια κατακόρυφο με το σώμα Σ_1 να συγκρατείται ακίνητο σε ύψος $d = 1 \text{ m}$ από το έδαφος. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ αφήνεται ελεύθερο το σώμα Σ_1 ενώ ταυτόχρονα το σώμα Σ_2 εκτοξεύεται από το έδαφος κατακόρυφα προς τα πάνω με ταχύτητα μέτρου v_0 . Τα δύο σώματα συγκρούονται πλαστικά τη χρονική στιγμή $t_1 = 0,2 \text{ s}$ ενώ, θεωρώντας αμελητέα τη χρονική διάρκεια της κρούσης, το Σ_1 φτάνει στο έδαφος τη χρονική στιγμή $t_2 = 0,6 \text{ s}$, χωρίς να αντιστρέψει τη φορά της κίνησής του σε όλη τη διάρκεια της κίνησής του.



- Πόση είναι η μεταβολή της ορμής του σώματος Σ_2 στο χρονικό διάστημα από 0 ως t_1 ;
 - Να δείξετε ότι η απώλεια ενέργειας λόγω της κρούσης είναι μέγιστη.
 - Να υπολογιστεί η απώλεια ενέργειας λόγω της κρούσης.
 - Πόσο είναι το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής του συσσωματώματος κατά την κίνησή του;
- Δίνεται $g = 10 \text{ m/s}^2$. Να αγνοηθεί η αντίσταση του αέρα.

Λύση

α. Για την κίνηση του σώματος Σ_2 μέχρι τη στιγμή της κρούσης ισχύει:

$$\Sigma F_2 = \frac{\Delta p_2}{\Delta t} \Rightarrow -w_2 = \frac{\Delta p_2}{\Delta t} \Rightarrow \Delta p_2 = -w_2 \cdot \Delta t = -m_2 g(t_1 - 0) \Rightarrow \Delta p_2 = -4 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

Σχόλιο: Το μείον δηλώνει ότι η μεταβολή της ορμής του σώματος Σ_2 έχει αντίθετη κατεύθυνση από τη θετική φορά που ορίσαμε αυθαίρετα προς τα πάνω.

β. Η απώλεια ενέργειας λόγω της κρούσης υπολογίζεται από τη σχέση:

$$E_{\text{απωλ}} = K_{\text{ολ,αρχ}} - K_{\text{ολ,τελ}} = \left(\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \right) - \left(\frac{1}{2} (m_1 + m_2) v_{\kappa}^2 \right)$$

Για να είναι η απώλεια ενέργειας μέγιστη θα πρέπει $K_{ολ,τελ} = 0$, δηλαδή το συσσωμάτωμα αμέσως μετά την κρούση να μην έχει ταχύτητα. Το σώμα Σ_1 εκτελεί ελεύθερη πτώση και μέχρι τη χρονική στιγμή t_1 που γίνεται η κρούση έχει διανύσει απόσταση:

$$y_1 = \frac{1}{2}gt_1^2 = 0,2 \text{ m}$$

Το συσσωμάτωμα που δημιουργείται φτάνει στο έδαφος τη χρονική στιγμή $t_2 = 0,6 \text{ s}$ κινούμενο για χρονικό διάστημα $\Delta t = t_2 - t_1 = 0,4 \text{ s}$. Στο χρονικό αυτό διάστημα μετατοπίζεται κατά $\Delta y = 1 \text{ m} - 0,2 \text{ m} = 0,8 \text{ m}$. Και επειδή κινείται με την επίδραση μόνο του βάρους του η μετατόπισή του θα υπολογιστεί από τη σχέση:

$$\Delta y = v_k \Delta t + \frac{1}{2}g\Delta t^2$$

Αντικαθιστώντας προκύπτει:

$$0,8 = v_k \cdot 0,4 + \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 0,4^2 \Rightarrow v_k = 0$$

Δηλαδή το συσσωμάτωμα αμέσως μετά τη δημιουργία του δεν έχει ταχύτητα και επομένως η απώλεια ενέργειας κατά την κρούση είναι μέγιστη.

γ. Η ταχύτητα του σώματος Σ_1 ελάχιστα πριν την κρούση είναι:

$$v_1 = gt_1 = 2 \text{ m/s}$$

Το σώμα Σ_2 πριν την κρούση διένυσε απόσταση $\Delta y = 0,8 \text{ m}$. Ισχύει:

$$\Delta y = v_0 t_1 - \frac{1}{2}gt_1^2 \Rightarrow 0,8 = v_0 \cdot 0,2 - \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 0,2^2 \Rightarrow v_0 = 5 \text{ m/s}$$

Η ταχύτητα του σώματος Σ_2 ελάχιστα πριν την κρούση είναι:

$$v_2 = v_0 - gt_1 = 3 \text{ m/s}$$

Εφαρμόζοντας την αρχή διατήρησης της ορμής για την κρούση και με δεδομένο ότι $v_k = 0$ προκύπτει:

$$\vec{p}_{ολ,αρχ} = \vec{p}_{ολ,τελ} \Rightarrow m_1 v_1 - m_2 v_2 = 0 \Rightarrow m_1 \cdot 2 - 2 \cdot 3 = 0 \Rightarrow m_1 = 3 \text{ kg}$$

Η απώλεια ενέργειας λόγω της κρούσης θα είναι:

$$E_{απωλ} = K_{ολ,αρχ} - K_{ολ,τελ} = \left(\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \right) - 0 = \left(\frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 2^2 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 3^2 \right) \text{ J} \Rightarrow E_{απωλ} = 15 \text{ J}$$

δ. Για την κίνηση του συσσωματώματος μετά την κρούση ισχύει:

$$\left| \frac{\Delta p_{\text{συσσ}}}{\Delta t} \right| = |\Sigma F| = (w_1 + w_2) \Rightarrow \left| \frac{\Delta p_{\text{συσσ}}}{\Delta t} \right| = 50 \text{ kg} \cdot \text{m} / \text{s}^2$$

