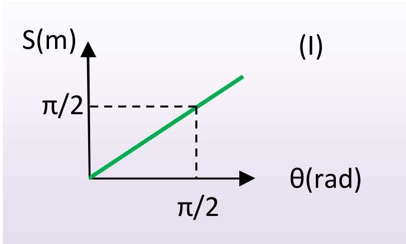
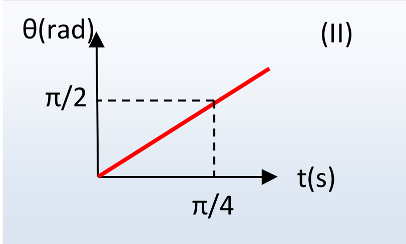
Κυκλικές σκέψεις...

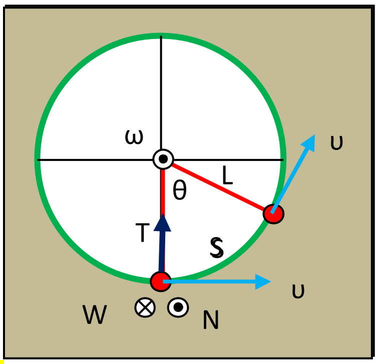
Σφαιρίδιο μάζας m=1Kg δεμένο στο ένα άκρο νήματος μη εκτατού ,με όριο αντοχής T_θ=16N εκτελεί κυκλική κίνηση σε λείο οριζόντιο επίπεδο με το άλλο άκρο του νήματος σταθερό στο οριζόντιο επίπεδο. Για την κίνηση αυτή δίδονται οι γραφικές παραστάσεις (I) διαστήματος (S) σε σχέση με την γωνία (θ) που διαγράφει η επιβατική ακτίνα και (II) γωνίας (θ) σε σχέση με το χρόνο.





1) Ποιο το μήκος του νήματος;
2) Ποια η γωνιακή και η γραμμική ταχύτητα του σφαιριδίου. Να σχεδιάσετε τα διανύσματά τους.
3) Ποια η max γωνιακή ταχύτητα με την οποία μπορεί να περιστρέφεται το σφαιρίδιο;
4) Ποια η μετατόπιση του σφαιριδίου σε χρόνο Δt= π/4 s αν στρέφεται με τις ταχύτητες του 2ου ερωτήματος ;
5) Ποιο το μέτρο της μεταβολής της ταχύτητας μέχρι τη στιγμή που για πρώτη φορά η μετατόπιση είναι ίση με την ακτίνα της τροχιάς

ΑΠΑΝΤΗΣΗ



1) Στο διάγραμμα (I) S-θ , η σταθερή κλίση εκφράζει την ακτίνα της τροχιάς σφαιριδίου δηλαδή το μήκος του νήματος ,οπότε καταλαβαίνουμε ότι :

$R = \frac{S}{\theta} = \frac{\pi/2}{\pi/2} \Rightarrow R = 1m$ Άρα μήκος νήματος $L = 1m$

2) Στο διάγραμμα (II) θ-t , η σταθερή κλίση εκφράζει την γωνιακή ταχύτητα ω του σφαιριδίου ,οπότε καταλαβαίνουμε ότι : $\omega = \frac{\theta}{t} = \frac{\pi/2}{\pi/4} \Rightarrow$ $\omega = 2\frac{r}{s}$ σταθερού μέτρου αλλά και κατεύθυνσης ,κατακόρυφης με φορά προς τα έξω για το σφαιρίδιο της εικόνας που στρέφεται αριστερόστροφα.

Η γραμμική ταχύτητα έχει μέτρο $\upsilon = \omega R \xrightarrow{(SI)} \upsilon = 2\cdot 1 \Rightarrow$ $\upsilon = 2m/s$

Η κατ/νση της είναι εφαπτόμενη της τροχιάς με τη φορά κίνησης.

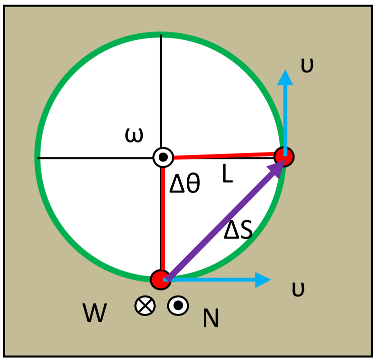
3) Βρίσκουμε τη σχέση που δίνει την τάση Τ του νήματος η οποία παίζει το ρόλο της απαραίτητης κεντρομόλου δύναμης : $F_K = \frac{m\cdot \upsilon^2}{R} \Rightarrow T = \frac{m\cdot(\omega\cdot R)^2}{R} \Rightarrow T = m\omega^2 R$

Παρατηρούμε ότι η τάση T είναι ανάλογη του τετραγώνου της γωνιακής ταχύτητας άρα μεγιστοποίηση της ω σημαίνει μεγιστοποίηση της T δηλαδή $T=T_\theta$

$$\text{Έτσι}: T_\theta = m\omega^2 R \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{T_\theta}{mR}} \Rightarrow \omega_{max} = \sqrt{\frac{16}{1\cdot 1}} \Rightarrow \boxed{\omega_{max} = 4r/s}$$

4) Θα βρούμε πρώτα σε ποια θέση θα βρεθεί το σφαιρίδιο στο χρόνο Δt= π/4 s βρίσκοντας την γωνία στροφής.

$$\Delta\theta = \omega\cdot \Delta t = 2\cdot \frac{\pi}{4} \Rightarrow \Delta\theta = \frac{\pi}{2} rad$$



Στο σχήμα βλέπουμε το διάνυσμα της μετατόπισης της οποίας το μέτρο θα είναι:

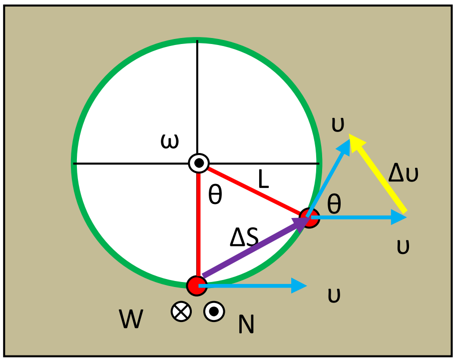
$$\Delta S = \sqrt{L^2 + L^2} \Rightarrow \Delta S = L\sqrt{2} \Rightarrow \boxed{\Delta S = \sqrt{2}\, m}$$

Η κατεύθυνση της μετατόπισης είναι τέτοια ώστε να σχηματίζει με την γραμμική ταχύτητα στην αρχική θέση γωνία 45^0

5) Η μετατόπιση για γωνία στροφής θ δίδεται από τη σχέση:

$$\Delta S = \sqrt{L^2 + L^2 - 2LL\sigma\upsilon\nu\theta} \Rightarrow$$

$$L^2 = 2L^2 - 2L^2\sigma\upsilon\nu\theta \Rightarrow \sigma\upsilon\nu\theta = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{3}$$



Η γωνία θ μεταφέρεται και μεταξύ των διανυσμάτων των ταχυτήτων ,αρχικής και τελικής σχεδιασμένες στην τελική θέση, οπότε το τρίγωνο με την Δυ είναι ισόπλευρο με αποτέλεσμα το μέτρο της μεταβολής της ταχύτητας θα είναι: $|\Delta\upsilon| = \upsilon = 2m/s$

Επιμέλεια:

Παντελεήμων Παπαδάκης