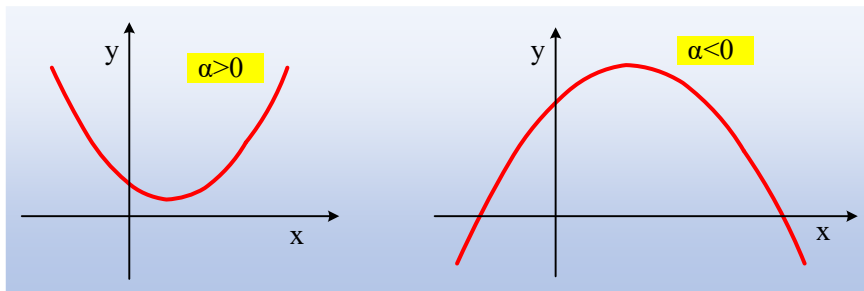


Ποιος μαθητής έχει δίκιο για την καμπύλη που χάραξε;

Λίγα ... **Μαθηματικά:**

Έστω μια συνάρτηση 2^{ου} βαθμού της μορφής $y=ax^2+bx+\gamma$. Η γραφική της παράσταση είναι μια παραβολή, η μορφή της οποίας θα καθοριστεί από το πρόσημο του συντελεστή του δευτεροβάθμιου όρου, δηλαδή από το πρόσημο του a .

- Αν το $a>0$, τότε η παραβολή έχει στρέψει τα «κοίλα άνω», όπως στο πρώτο από τα παρακάτω σχήματα:



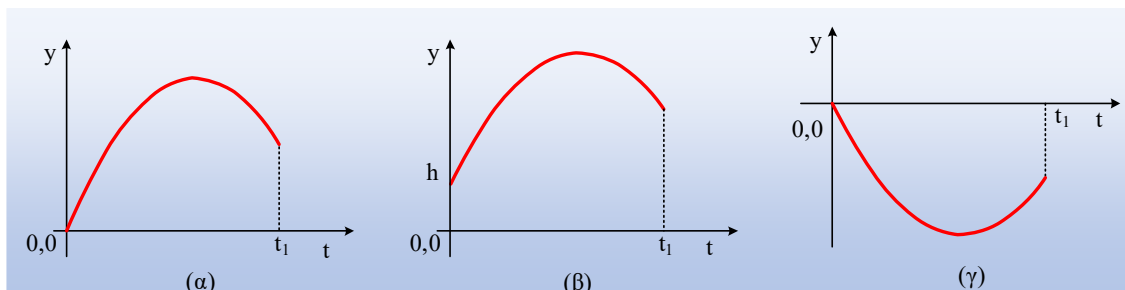
- Αν $a < 0$, η παραβολή έχει τα «κοίλα κάτω», όπως στο δεξιό από τα παραπάνω σχήματα.

Από κει και πέρα η ακριβής μορφή της καμπύλης (αν τέμνει τους άξονες και σε ποια σημεία, το άνοιγμά της...) καθορίζονται από τους άλλους συντελεστές (β και γ).

Ας δούμε πώς τα παραπάνω βρίσκουν εφαρμογή σε μια κατακόρυφη βολή.

Εφαρμογή:

Από ορισμένο ύψος h από το έδαφος, εκτοξεύεται κατακόρυφα προς τα πάνω ένα μικρό σώμα. Ζητήσαμε από τρεις μαθητές, να χάραξουν την γραφική παράσταση της θέσης του σώματος, σε συνάρτηση με το χρόνο ($y-t$), μέχρι κάποια στιγμή t_1 . Οι μαθητές, χάραξαν τις παρακάτω γραφικές παραστάσεις (προσεγγίζουν παραβολές):



Ποιος ή ποιοι μαθητές χάραξαν σωστά την καμπύλη;

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Απάντηση:

Πριν χαράξουμε μια γραφική παράσταση, χρειάζεται να ορίσουμε έναν προσανατολισμένο άξονα (εδώ κατακόρυφο άξονα $y'y$, να θέσουμε την θέση $y=0$ και να ορίσουμε την θετική φορά του (προς τα πάνω ή προς τα κάτω).

- Ο πρώτος μαθητής που έδωσε την καμπύλη (α), πήρε για $t=0$, $y=0$, πράγμα που σημαίνει ότι πήρε ως αρχή του άξονα το σημείο εκτόξευσης O . Ενώ το σώμα κινείται προς τα πάνω, έχοντας $y > 0$, άρα πήρε και ως θετική φορά, προς τα πάνω. Αλλά τότε η εξίσωση για την θέση του, παίρνει την μορφή:

$$y = \Delta y = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \xrightarrow{a=-g} y = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 \quad (1)$$

Με βάση τα μαθηματικά η παραπάνω σχέση είναι μια παραβολή με τα κοίλα κάτω, συνεπώς σωστά έχει σχεδιάσει την καμπύλη.

- Ο δεύτερος μαθητής, που έδωσε την καμπύλη (β), πρέπει να πήρε ίδια θετική φορά (προς τα πάνω), αλλά τη στιγμή $t=0$, πήρε το σώμα να βρίσκεται σε ύψος h , άρα πήρε την αρχή του άξονα στο έδαφος, στο σημείο O' , οπότε έγραψε την εξίσωση:

$$\Delta y = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \xrightarrow{a=-g} y - h = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 \rightarrow$$

$$y = h + v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$$

Η οποία είναι ίδιας μορφής με την σχέση (1) απλά η καμπύλη έχει μετατοπισθεί κατακόρυφα κατά h . Συνεπώς και ο μαθητής αυτός έχει χαράξει σωστά την καμπύλη του.

- Ο τρίτος μαθητής έχει πάρει για $t=0$, $y=0$, άρα και αυτός πήρε την αρχή του άξονα στο σημείο εκτόξευσης O , όπως και ο πρώτος. Όμως στη συνέχεια η απομάκρυνση πήρε αρνητικές τιμές, πράγμα που σημαίνει ότι έχει πάρει τα θετικά προς τα κάτω.

Με βάση αυτές τις συμβάσεις, έγραψε την εξίσωση:

$$\Delta y = y = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \xrightarrow{a=+g} y = -|v_0| t + \frac{1}{2} g t^2$$

Αλλά τότε έχουμε ξανά συνάρτηση 2^{ου} βαθμού, όπου ο συντελεστής του δευτεροβάθμιου όρου είναι θετικός, συνεπώς η καμπύλη θα έχει τα κοίλα προς τα πάνω, όπως και η καμπύλη (γ) που μας έδωσε!

Συνεπώς και αυτός σωστά χάραξε την καμπύλη του.

Συμπέρασμα; Και οι τρεις διαφορετικές καμπύλες που μας δόθηκαν, είναι σωστές, αφού χαράσσονται με διαφορετικές θέσεις της αρχής, αλλά και προσανατολισμό του άξονα y , τον οποίο πρέπει να ορίσουμε, πριν αρχίσουμε την μαθηματική μελέτη της κίνησης.

