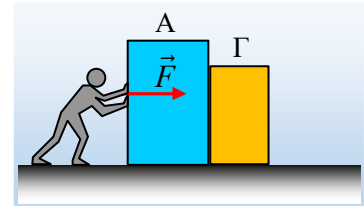


Η κίνηση δύο σωμάτων σε επαφή

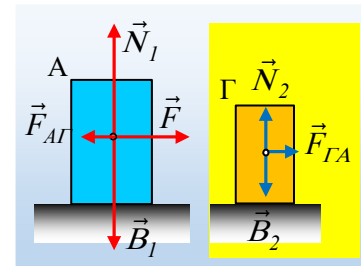
Σε λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμούν δύο κιβώτια Α και Γ, με μάζες $M=40\text{kg}$ και $m=10\text{kg}$ αντίστοιχα, σε επαφή. Ένα παιδί τη στιγμή $t_0=0$ σπρώχνει το Α κιβώτιο, ασκώντας του μια σταθερή οριζόντια δύναμη $F=20\text{N}$, όπως στο σχήμα, συμπαρασύροντας και το Β κιβώτιο.



- i) Να υπολογιστεί η κοινή επιτάχυνση την οποία θα αποκτήσουν τα δύο κιβώτια, καθώς και το μέτρο της δύναμης την οποία ασκεί το ένα στο άλλο.
- ii) Να βρεθεί η ταχύτητα των κιβωτίων τη χρονική στιγμή $t_1=5\text{s}$.
- iii) Αν τη στιγμή t_1 το παιδί, θέλοντας να σταματήσει το κιβώτιο Α, αρχίζει να το τραβά ασκώντας του σταθερή οριζόντια δύναμη, με κατεύθυνση προς τα αριστερά, μέτρου $F_1=20\text{N}$, να υπολογιστούν:
 - α) Ποια χρονική στιγμή t_2 θα μπορέσει το παιδί να ακινητοποιήσει, το Α κιβώτιο;
 - β) Ποια η απόσταση των δύο κιβωτίων τη στιγμή t_2 ;

Απάντηση:

- i) Στο διπλανό σχήμα, έχουν σχεδιαστεί σε χωριστό σχήμα, οι δυνάμεις που ασκούνται σε κάθε σώμα, όπου οι δυνάμεις F_{AG} και F_{GA} είναι οι δυνάμεις αλληλεπίδρασης, μεταξύ των δύο κιβωτίων, οι οποίες έχουν σχέση δράσης-αντίδρασης. Τα σώματα ισορροπούν στην κατακόρυφη διεύθυνση, ενώ ο 2^{ος} νόμος του Νεύτωνα για την οριζόντια διεύθυνση x , για κάθε σώμα, μας δίνει:



$$\Sigma F_1 = Ma \rightarrow F - F_{AG} = Ma \quad (1)$$

$$\Sigma F_2 = ma \rightarrow F_{GA} = ma \quad (2)$$

Αφού τα σώματα κινούνται μαζί και αποκτούν την ίδια επιτάχυνση a . Αλλά η δράση και η αντίδραση έχουν το ίδιο μέτρο, οπότε με πρόσθεση κατά μέλη των εξισώσεων (1) και (2) παίρνουμε:

$$F = M\alpha + m\alpha \rightarrow F = (M + m)\alpha \rightarrow$$

$$\alpha = \frac{F}{M + m} = \frac{20\text{N}}{40\text{kg} + 10\text{kg}} = 0,4\text{m} / \text{s}^2$$

Με κατεύθυνση ίδια με την κατεύθυνση της δύναμης F , προς τα δεξιά στο σχήμα.

Με αντικατάσταση στην (2) θα πάρουμε:

$$F_{GA} = m\alpha = 10 \cdot 0,4\text{N} = 4\text{N}$$

Προφανώς το ίδιο μέτρο έχει και η αντίδρασή της F_{AG} .

- ii) Αφού η επιτάχυνση των σωμάτων είναι σταθερή, θα εκτελέσουν ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση και τη στιγμή t_1 θα κινούνται με κοινή ταχύτητα:

$$v_k = \alpha t_1 = 0,4 \cdot 5\text{m} / \text{s} = 2\text{m} / \text{s}$$

iii) Μετά την στιγμή t_1 το παιδί ασκεί δύναμη αντίθετη της ταχύτητάς στο Α κιβώτιο, με αποτέλεσμα να το επιβραδύνει, ενώ αντίθετα το Β, αποσπάται και συνεχίζει να κινείται με σταθερή ταχύτητα v_k .

α) Στο σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις στο Α κιβώτιο μετά την στιγμή t_1 . Αλλά τότε το σώμα θα αποκτήσει επιτάχυνση προς τα αριστερά, με **μέτρο**:

$$|\Sigma F_I| = M |a_I| \rightarrow |a_I| = \frac{|F|}{M} = \frac{20N}{40kg} = 0,5m/s^2.$$

Αλλά τότε θεωρώντας την προς τα δεξιά κατεύθυνση ως θετική, η επιτάχυνση του κιβωτίου Α, έχει αλγεβρική τιμή $a_I = -0,5m/s^2$. Αλλά τότε για την ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη (επιβραδυνόμενη) κίνηση του κιβωτίου, θεωρώντας ως αρχή ενός προσανατολισμένου άξονα $x=0$, την θέση των σωμάτων τη στιγμή t_1 , θα ισχύουν οι εξισώσεις:

$$v_I = v_k + a_I \cdot \Delta t \quad (3)$$

$$\Delta x_I = x_I = v_k t + \frac{1}{2} a_I (\Delta t)^2 \quad (4)$$

Με αντικατάσταση στην (3) $v_I=0$, βρίσκουμε:

$$v_I = v_k + a_I \cdot \Delta t \rightarrow 0 = v_k + a_I \cdot \Delta t \rightarrow$$

$$\Delta t = -\frac{v_k}{a_I} = -\frac{2}{-0,5} s = 4s \rightarrow$$

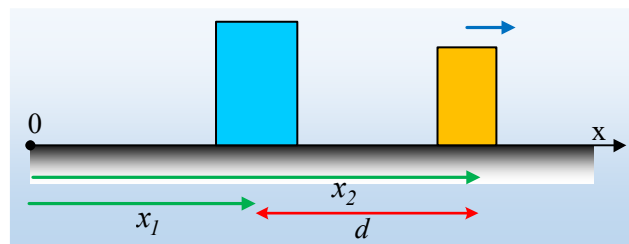
$$t_2 = t_1 + \Delta t = 5s + 4s = 9s$$

β) Το Α κιβώτιο θα φτάσει στην θέση x_1 , όπου με αντικατάσταση στην (4), θα είναι:

$$x_I = v_k \cdot \Delta t + \frac{1}{2} a_I (\Delta t)^2 = 2 \cdot 4m + \frac{1}{2} (-0,5) \cdot 4^2 m = 4m$$

Αντίθετα το Β κιβώτιο κινούμενο με σταθερή ταχύτητα, θα περνά από την θέση x_2 , όπου:

$$x_2 = v_k \cdot \Delta t = 2 \cdot 4m = 8m$$



Συνεπώς (και με βάση το παραπάνω σχήμα) η απόσταση των δύο κιβωτίων είναι ίση:

$$d = x_2 - x_1 = 8m - 4m = 4m$$

dmargaris@gmail.com