# Ένας δίσκος που δεν κυλίεται.

Ένας δίσκος κέντρου Ο και ακτίνας R=0,5m κινείται σε οριζόντιο επίπεδο και στο σχήμα βλέπετε πώς μεταβάλλονται η γωνιακή του ταχύτητα και η ταχύτητα του κέντρου του Ο.



i) Να υπολογισθούν η επιτάχυνση του κέντρου μάζας και η γωνιακή επιτάχυνση του δίσκου τη χρονική στιγμή t1=4s.

ii) Να βρεθούν η ταχύτητα και η οριζόντια επιτάχυνση του ανώτερου σημείου Α του δίσκου, τη χρονική στιγμή t=0+.

iii) Να βρεθούν τη στιγμή t1 η ταχύτητα και η κατακόρυφη επιτάχυνση του σημείου επαφής, του δίσκου με το επίπεδο.

iv) Πόσες στροφές έχει πραγματοποιήσει ο δίσκος μέχρι τη στιγμή t1 και πόσο έχει μετατοπισθεί προς τα δεξιά;

***Απάντηση:***

* 1. Στο χρονικό διάστημα 0-5s οι κλίσεις και στα δύο διαγράμματα παραμένουν σταθερές, πράγμα που σημαίνει ότι με βάση το διάγραμμα ω-t, η γωνιακή επιτάχυνση παραμένει σταθερή, ενώ με βάση το διάγραμμα υ-t, η επιτάχυνση του κέντρου μάζας, παραμένει επίσης σταθερή. Έτσι οι στιγμιαίες τιμές την στιγμή t1=4s, συμπίπτουν με τις αντίστοιχες μέσες τιμές, στο χρονικό διάστημα 0-5s:





Με κατευθύνσεις όπως στο διπλανό σχήμα, όπου η γωνιακή επιτάχυνση έχει φορά προς τα έξω, αφού προέκυψε αρνητική (στο σχήμα δίνεται η δεξιόστροφη φορά ως θετική).

* 1. Θεωρώντας την κίνηση του δίσκου σύνθετη, μια μεταφορική με επιτάχυνση αcm και μια στροφική γύρω από οριζόντιο άξονα ο οποίος περνά από το κέντρο μάζας του Ο, τότε το σημείο Α τη στιγμή t=0+ έχει μόνο γραμμική ταχύτητα, με κατεύθυνση όπως στο σχήμα και μέτρο:



Με την ίδια λογική έχει επιτάχυνση αcm, λόγω μεταφορικής κίνησης και επιτρόχια επιτάχυνση, με φορά προς τα αριστερά και μέτρο:

.

Αλλά τότε η οριζόντια επιτάχυνση του σημείου Α, έχει κατεύθυνση προς τα αριστερά και μέτρο:



Σημείωση: Το σημείο Α έχει και κεντρομόλο επιτάχυνση, η οποία είναι κατακόρυφη, προς το κέντρο Ο.

* 1. Τη χρονική στιγμή t1 ο δίσκος έχει ταχύτητα κ.μ. και γωνιακή ταχύτητα:

 και



Οπότε το σημείο επαφής με το έδαφος, έχει τις ταχύτητες του σχήματος και συνολικά ταχύτητα προς τα δεξιά, μέτρου:



Ενώ η κατακόρυφη επιτάχυνση του Β, ίση με την κεντρομόλο επιτάχυνση, έχει μέτρο:



* 1. Το εμβαδόν του κίτρινου τραπεζίου στο διάγραμμα ω-t, είναι αριθμητικά ίσο με την γωνία στροφής του δίσκου, ενώ το αντίστοιχο εμβαδόν του γκρι τριγώνου, στο διάγραμμα υcm-t, είναι αριθμητικά ίσο με την μετατόπιση του κέντρου μάζας. Με βάση λοιπόν τα παρακάτω διαγράμματα θα έχουμε:



και





Εναλλακτικά θα μπορούσε κάποιος να χρησιμοποιήσει τις εξισώσεις ταχύτητας-χρόνου και την αντίστοιχη γωνιακής ταχύτητας-χρόνου για τον παραπάνω υπολογισμό…

***dmargaris@gmail.com***