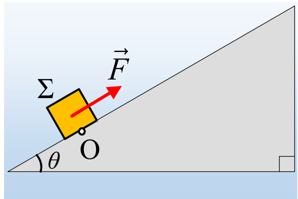
Ισορροπία και κίνηση σε κεκλιμένο επίπεδο



Ένα σώμα Σ ισορροπεί στο σημείο Ο ενός λείου κεκλιμένου επιπέδου, κλίσεως θ=30°, με την επίδραση δύναμης F παράλληλης στο επίπεδο, μέτρου F=5N, όπως στο σχήμα.

i) Να βρεθεί η μάζα του σώματος Σ.

ii) Σε μια στιγμή $t_0=0$, αυξάνουμε το μέτρο της δύναμης στην τιμή $F_1=6N$. Να βρεθεί η ταχύτητα και η μετατόπιση του σώματος τη χρονική στιγμή $t_1=2s$.

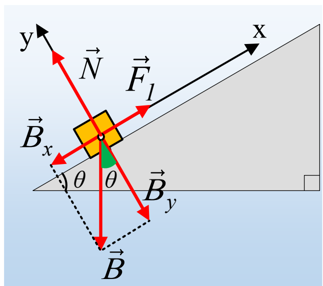
iii) Τη στιγμή t_1 αλλάζει το μέτρο της δύναμης, με αποτέλεσμα το σώμα να σταματήσει την άνοδό του στο κεκλιμένο επίπεδο τη χρονική στιγμή $t_2=3s$.

α) Να υπολογιστεί το μέτρο της δύναμης F_2 στο παραπάνω διάστημα από t_1 έως t_2.

β) Ποια η μέγιστη απόσταση από την αρχική θέση Ο, στην οποία φτάνει το σώμα Σ.

Δίνεται $g=10m/s^2$, ενώ ημθ= ½ και συνθ =√3/2.

Απάντηση:



i) Σχεδιάζουμε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα Σ και αναλύουμε το βάρος σε δύο συνιστώσες B_x παράλληλη στο κεκλιμένο επίπεδο και B_y, κάθετη στο επίπεδο, όπως στο σχήμα. Αφού το σώμα ισορροπεί:

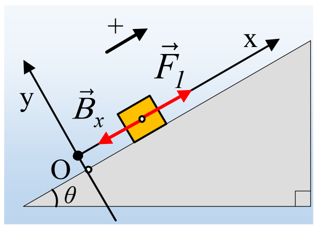
$$\Sigma F_x=0 \rightarrow F=B_x \quad (1)$$

Αλλά για την συνιστώσα B_x έχουμε:

$$\eta\mu\theta=\frac{B_x}{B} \rightarrow B_x=B\cdot\eta\mu\theta=mg\cdot\eta\mu\theta \quad (2)$$

Από τις σχέσεις (1) και (2) παίρνουμε:

$$F=mg\cdot\eta\mu\theta \Rightarrow m=\frac{F}{g\cdot\eta\mu\theta}=\frac{5}{10\cdot{}^{1}\!/_{2}}kg=1kg$$



ii) Μόλις αυξηθεί το μέτρο της ασκούμενης δύναμης στην τιμή $F_1=6N$, το σώμα θα αποκτήσει επιτάχυνση παράλληλη προς το κεκλιμένο επίπεδο, με φορά προς τα πάνω, μέτρου:

$$\Sigma F_x=ma_1 \rightarrow F_1-B_x=ma_1 \rightarrow a_1=\frac{F_1-mg\cdot\eta\mu\theta}{m}=\frac{F_1}{m}-g\cdot\eta\mu\theta \Rightarrow$$

$$a_1=\frac{6}{1}m/s^2-10\cdot\frac{1}{2}m/s^2=1m/s^2.$$

Οπότε το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με εξισώσεις:

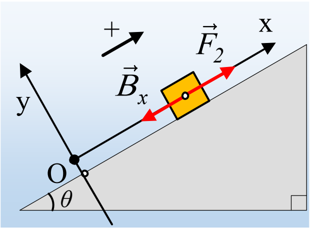
$$\upsilon=\alpha_1 t \quad (3) \qquad x=\frac{1}{2}a_1 t^2 \quad (4)$$

Με αντικατάσταση t_1=2s στις παραπάνω σχέσεις βρίσκουμε:

$$\upsilon_1 = \alpha_1 t_1 = 1 \cdot 2m/s = 2m/s \quad \kappa\alpha\iota$$

$$x_1 = \frac{1}{2}a_1 t_1^2 = \frac{1}{2}1 \cdot 2^2 m = 2m$$

iii) Έστω ότι με την αλλαγή του μέτρου της δύναμης, το σώμα αποκτά επιτάχυνση α_2, οπότε για την ταχύτητα και μετατόπιση του σώματος, θα ισχύουν οι εξισώσεις:



$$\upsilon = \upsilon_1 + \alpha_2 \cdot \Delta t \quad (3\alpha) \qquad \Delta x = \upsilon_1 \cdot \Delta t + \frac{1}{2}a_2(\Delta t)^2 \quad (4\alpha)$$

Αντικαθιστώντας στην (3^{α}) υ=0 και $\Delta t = t_2 - t_1$=1s, παίρνουμε:

$$0 = 2 + \alpha_2 \cdot 1 \rightarrow \alpha_2 = -2m/s^2.$$

α) Εφαρμόζοντας τον θεμελιώδη νόμο τη δυναμικής για το χρονικό διάστημα από t_1 μέχρι τη στιγμή t_2 παίρνουμε:

$$\Sigma F_x = ma_2 \rightarrow F_2 - B_x = ma_2 \rightarrow$$

$$F_2 = mg \cdot \eta\mu\theta + ma_2 = 1 \cdot 10 \cdot \frac{1}{2}N + 1 \cdot (-2)N = 3N$$

β) Με αντικατάσταση στην (4^{α}) αν x_2 η τελική θέση και x_1=2m, παίρνουμε:

$$\Delta x = \upsilon_1 \cdot \Delta t + \frac{1}{2}a_2(\Delta t)^2 \rightarrow$$

$$x_2 - 2m = 2 \cdot 1m + \frac{1}{2}(-2) \cdot 1^2 m \rightarrow$$

$$x_2 = 3m$$

Η παραπάνω απόσταση $d = x_2$ είναι και η μέγιστη απόσταση από την αρχική θέση O, αφού αν συνεχίσει να ασκείται στο σώμα η ίδια δύναμη F_2=3N, το σώμα θα επιταχυνθεί προς τα κάτω και θα επιστρέψει στο O.

dmargaris@gmail.com