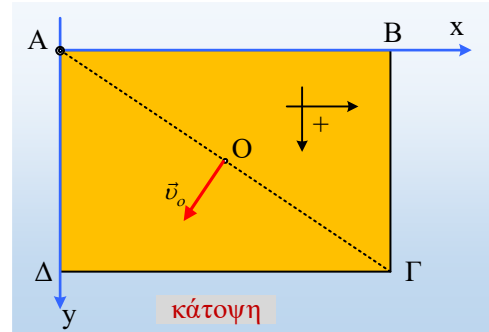


### Σπάει ο άξονας και ελευθερώνεται η πλάκα

Μια ορθογώνια ομογενής πλάκα, με πλευρές  $(AB)=0,8\text{m}$  και  $(B\Gamma)=0,6\text{m}$ , στρέφεται σε λείο οριζόντιο επίπεδο, γύρω από σταθερό κατακόρυφο άξονα  $z$ , ο οποίος περνά από την κορυφή της  $A$ . Η κορυφή  $A$  είναι και αρχή του τρισσορθογωνίου συστήματος αξόνων  $x,y,z$  με προσανατολισμό όπως στο σχήμα. Σε μια στιγμή  $t_1$  όπου η πλευρά  $AB$  συμπίπτει με τον άξονα  $x$ , το κέντρο  $O$  του ορθογωνίου έχει ταχύτητα, όπως στο σχήμα (σε κάτοψη), μέτρου  $v_o=1\text{m/s}$ .



- Να υπολογιστεί η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του ορθογωνίου, καθώς και η ταχύτητα της κορυφής  $B$ , τη στιγμή  $t_1$ .
- Μια επόμενη στιγμή  $t_2$ , όπου η ταχύτητα του  $O$  έχει την διεύθυνση του άξονα  $y$ , με φορά προς την θετική κατεύθυνση, ο άξονας σπάει και η πλάκα ελευθερώνεται. Να βρεθούν η ταχύτητα του  $O$  καθώς οι συνιστώσες  $v_x$  και  $v_y$  της ταχύτητας της κορυφής  $B$  τη στιγμή  $t_2$ .
- Μετά από λίγο, τη στιγμή  $t_3$ , η κορυφή  $B$  έχει ταχύτητα στην διεύθυνση του άξονα  $y$ . Να υπολογιστεί η ταχύτητα αυτή.

#### Απάντηση:

- Αφού η πλάκα στρέφεται γύρω από σταθερό άξονα, το κέντρο της  $O$ , διαγράφει κυκλική τροχιά κέντρου  $A$  και ακτίνας  $(AO)$ , για την οποία ισχύει:

$$(AO) = \sqrt{\left(\frac{AB}{2}\right)^2 + \left(\frac{AD}{2}\right)^2} = \sqrt{0,4^2 + 0,3^2} \text{ m} = 0,5 \text{ m}$$

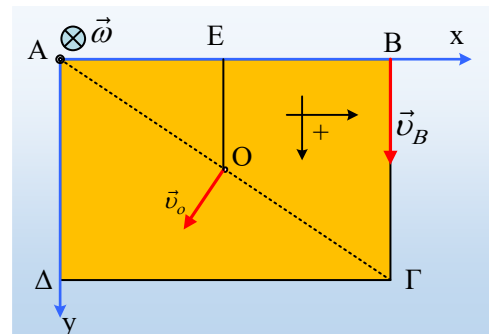
ενώ η ταχύτητα του  $O$ , είναι η γραμμική ταχύτητα. Εξάλλου η γωνιακή ταχύτητα είναι διάνυσμα κατακόρυφο με φορά προς τα κάτω, όπως στο σχήμα. Αλλά τότε:

$$v_o = \omega \cdot R \rightarrow \omega = \frac{v_o}{(AO)} = \frac{1}{0,5} \text{ rad / s} = 2 \text{ rad / s}$$

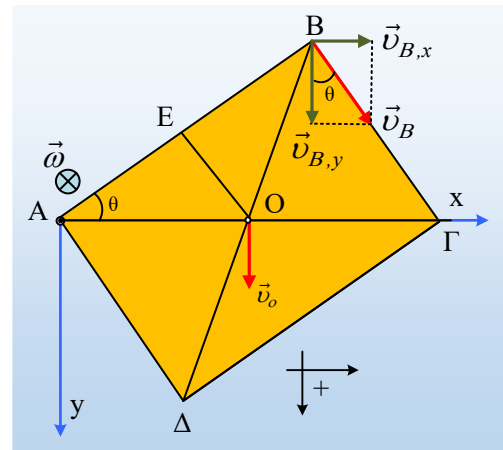
Η κορυφή  $B$ , εκτελεί επίσης κυκλική κίνηση με ακτίνα  $(AB)$ , οπότε έχει ταχύτητα πάνω στην  $B\Gamma$  με μέτρο:

$$v_B = \omega \cdot (AB) = 2 \cdot 0,8 \text{ m / s} = 1,6 \text{ m / s}$$

- Τη χρονική στιγμή  $t_2$  που σπάει ο άξονας, το ορθογώνιο βρίσκεται στη θέση του παρακάτω σχήματος, όπου η διαγώνιος  $AG$  έχει την διεύθυνση του άξονα  $x$  και το κέντρο  $O$  του ορθογωνίου έχει ταχύτητα κάθετη στην  $AG$ , μέτρου  $v_o = \omega R = 1\text{m/s}$ .



Όσον αφορά την κορυφή B, αυτή έχει (γραμμική) ταχύτητα, κάθετη στην (AB), με μέτρο επίσης  $v_B=1,6m/s$ , αφού μέχρι τη στιγμή αυτή εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση. Ίδιες ταχύτητες έχουν τα σημεία O και B, αμέσως μόλις το ορθογώνιο αποδεσμευτεί από τον άξονα, αφού η αποδέσμευση δεν συνοδεύεται από κάποια μεταβολή της κινητικής κατάστασης του ορθογωνίου. Αλλά τότε αναλύοντας την ταχύτητα του B, όπως στο σχήμα, η γωνία της πλευράς BΓ με την διεύθυνση y, είναι ίση με την γωνία OAB, ίση με  $\theta$ , όπου:



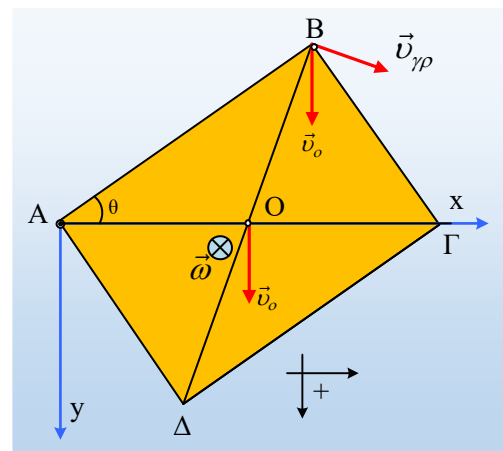
$$\eta\mu\theta = \frac{(OE)}{(AO)} = \frac{0,3m}{0,5m} = 0,6 \quad \text{και} \quad \sigma\upsilon\nu\theta = \frac{(AE)}{(AO)} = \frac{0,4m}{0,5m} = 0,8$$

Αλλά τότε:

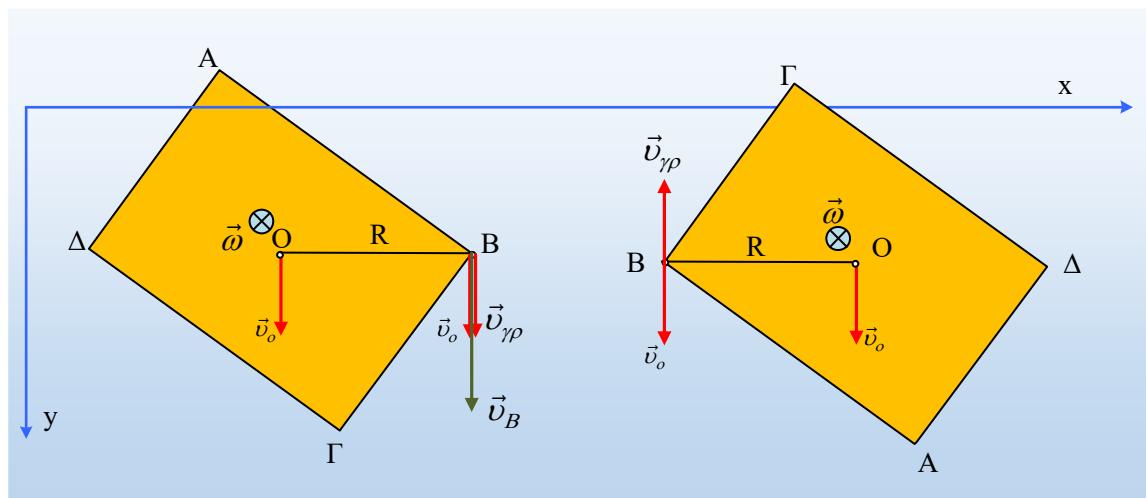
$$v_{B,x} = v_B \cdot \eta\mu\theta = 1,6 \cdot 0,6 m/s = 0,96 m/s \quad \text{και}$$

$$v_{B,y} = v_B \cdot \sigma\upsilon\nu\theta = 1,6 \cdot 0,8 m/s = 1,28 m/s$$

Βέβαια, κάποιος θα μπορούσε να υπολογίσει την ταχύτητα της κορυφής B, αμέσως μετά την αποδέσμευση, θεωρώντας την κίνηση σύνθετη, μια μεταφορική με ταχύτητα  $v_{cm}$  και μια  $v_{\gamma\rho}$ , για την κυκλική του κίνηση γύρω από το κέντρο μάζας O, με βάση το σχήμα. Μπορείτε να το κάνετε;



- iii) Αφού η κίνηση πραγματοποιείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο, μετά την αποδέσμευση από τον άξονα, η πλάκα θα συνεχίσει να κινείται με σταθερή ταχύτητα κέντρου μάζας O και σταθερή γωνιακή ταχύτητα. Αλλά τότε, αν θεωρήσουμε την κίνηση σύνθετη, η ταχύτητα του κέντρου μάζας O, θα έχει συνεχώς την διεύθυνση y και την ίδια διεύθυνση θα έχει και η γραμμική ταχύτητα του B, για την κυκλική του κίνηση γύρω από το O, αλλά τότε η πλάκα θα βρίσκεται σε μια από τις θέσεις του παρακάτω σχήματος.



Όπου για το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας της κορυφής B θα έχουμε:

$$v_{\gamma\rho} = \omega \cdot R = 2 \cdot 0,5 \text{ m/s} = 1 \text{ m/s}$$

Αλλά τότε στην περίπτωση που η κορυφή Β, βρίσκεται στην θέση του πρώτου σχήματος, έχει ταχύτητα μέτρου:

$$v_B = v_{cm} + v_{\gamma\rho} = v_o + v_{\gamma\rho} = 1 \text{ m/s} + 1 \text{ m/s} = 2 \text{ m/s}$$

Ενώ στη θέση του δεύτερου σχήματος, η κορυφή Β έχει ταχύτητα:

$$v_B = v_{cm} - v_{\gamma\rho} = v_o - v_{\gamma\rho} = 1 \text{ m/s} - 1 \text{ m/s} = 0$$

[dmargaris@gmail.com](mailto:dmargaris@gmail.com)