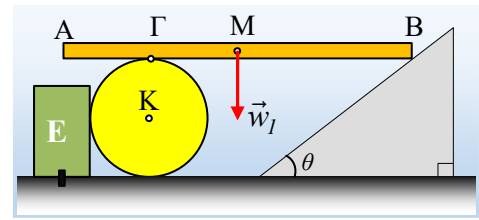


## Ένα σύστημα ισορροπεί

Στο σχήμα βλέπετε μια ομογενή δοκό AB μήκους  $l=4\text{m}$  και βάρους  $w_1=300\text{N}$ , η οποία ισορροπεί σε οριζόντια θέση, στηριζόμενη στο άκρο της B, σε λείο κεκλιμένο επίπεδο κλίσεως  $\theta$ , όπου  $\eta\mu\theta=0,6$ , ενώ στο σημείο Γ, όπου  $(A\Gamma)=1\text{m}$ , σε δίσκο κέντρου K και βάρους  $w_2=200\text{N}$ . Ο δίσκος ισορροπεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο, με την βοήθεια ακλόνητου (πακτωμένου) εμποδίου E.



- i) Να βρείτε την δύναμη που δέχεται η δοκός από το κεκλιμένο επίπεδο, καθώς και την κάθετη δύναμη από το δίσκο.
- ii) Να αποδείξετε ότι αναπτύσσεται τριβή μεταξύ δοκού και δίσκου, υπολογίζοντας και το μέτρο της.
- iii) Να αποδείξετε ότι μεταξύ δίσκου και εμποδίου, αναπτύσσεται τριβή, υπολογίζοντας και το μέτρο της.
- iv) Πόση δύναμη ασκεί το οριζόντιο επίπεδο στον δίσκο;
- v) Να βρείτε τον ελάχιστο συντελεστή οριακής στατικής τριβής  $\mu_s$ , μεταξύ δίσκου και εμποδίου, για την παραπάνω ισορροπία.

### Απάντηση:

- i) Έστω  $N_1$  η δύναμη στήριξης από τον δίσκο και  $N_2$  από το λείο κεκλιμένο επίπεδο, όπως στο διπλανό σχήμα. Από την ισορροπία της ράβδου παίρνουμε:

$$\Sigma F_x = 0 \quad (1)$$

$$\Sigma F_y = 0 \rightarrow N_1 + N_2 \cdot \sin\theta - w_1 = 0 \rightarrow N_1 + N_2 \cdot 0,8 = 300 \quad (2)$$

$$\Sigma \tau_B = 0 \rightarrow w_1 \cdot (MB) - N_1 \cdot (\Gamma B) = 0 \rightarrow 300 \cdot 2 = N_1 \cdot 3 \rightarrow N_1 = 200\text{N}.$$

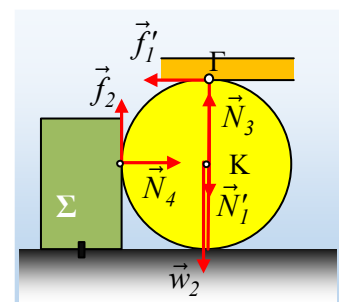
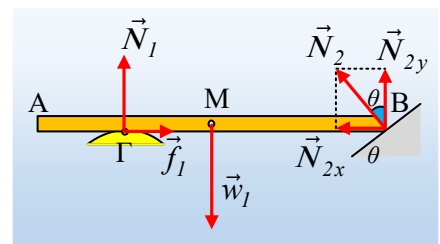
Με αντικατάσταση στην σχέση (2) παίρνουμε (μονάδες στο S.I):

$$200 + N_2 \cdot 0,8 = 300 \rightarrow N_2 = 125\text{N}$$

- ii) Η δύναμη στήριξης  $N_2$  έχει οριζόντια συνιστώσα  $N_{2x}$ , αλλά για την ισορροπία της δοκού στην οριζόντια διεύθυνση, πρέπει να δέχεται και κάποια άλλη οριζόντια δύναμη και αυτή δεν είναι άλλη από την δύναμη στατικής τριβής, που μπορεί να εμφανιστεί στην επαφή με τον δίσκο Γ. Έτσι η σχέση (1) γίνεται:

$$f_{s1} = N_{2x} = N_2 \cdot \eta\mu\theta = 125\text{N} \cdot 0,6 = 75\text{N}$$

- iii) Αν η δοκός δέχεται στατική τριβή με κατεύθυνση προς τα δεξιά, η αντίδρασή της  $f'_{s1}$  ασκείται στον δίσκο, όπως στο διπλανό σχήμα. Αλλά τότε ο κύλινδρος δέχεται ροπή  $\tau_l = f_{s1} \cdot R$ , η οποία τείνει να περιστρέψει τον κύλινδρο, αντίθετα από την φορά περιστροφής των δεικτών του ρολογιού. Αλλά αφού για την ισορροπία του δίσκου, θα πρέπει να ισχύει  $\Sigma \tau_K = 0$ , θα πρέπει να ασκηθεί και κάποια άλλη ροπή με αντίθετη κατεύθυνση. Και αυτή δεν



μπορεί να είναι άλλη από την ροπή της τριβής που μπορεί να αναπτυχθεί μεταξύ εμποδίου και δίσκου, όπως στο σχήμα. Αλλά τότε:

$$\Sigma \tau_K = 0 \rightarrow f'_{sl} \cdot R - f_2 \cdot R = 0 \rightarrow f_2 = f'_{sl} = 75 \text{ N}$$

iv) Από την ισορροπία του δίσκου (εκτός της παραπάνω εξίσωσης  $\Sigma \tau = 0$ ), παίρνουμε:

$$\Sigma F_x = 0 \rightarrow N_4 = f'_{sl} = 75 \text{ N}$$

$$\Sigma F_y = 0 \rightarrow N_3 - w_2 - N'_1 + f_2 = 0 \rightarrow$$

$$N_3 = w_2 + N'_1 - f_2 = 200 \text{ N} + 200 \text{ N} - 75 \text{ N} = 325 \text{ N}$$

v) Η τριβή  $f_2$  από το εμπόδιο στον δίσκο θα πρέπει να είναι στατική, για να υπάρχει ισορροπία, οπότε θα πρέπει να έχει μέτρο μικρότερο ή ίσο με την οριακή τριβή. Δηλαδή:

$$f_2 \leq f_{2,ορ} \rightarrow f_2 \leq \mu_s \cdot N_3 \rightarrow$$

$$\mu_s \geq \frac{f_2}{N_4} \rightarrow \mu_s \geq \frac{75 \text{ N}}{75 \text{ N}} \rightarrow \mu_s \geq 1$$

Συνεπώς ο ελάχιστος συντελεστής οριακής στατικής τριβής είναι  $\mu_{s,\min}=1$ .

[dmargaris@gmail.com](mailto:dmargaris@gmail.com)