# Όταν η στρεφόμενη ράβδος πέσει

Ένας ομογενής δίσκος μάζας Μ=17kg και ακτίνας R=1m, μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές, σε οριζόντιο επίπεδο, γύρω από κατακόρυφο άξονα z. Στο μέσον Μ μιας ακτίνας του έχει στερεωθεί σε κατακόρυφη θέση, μέσω σφιχτής άρθρωσης, μια ομογενής ράβδος μήκους l=R.



Γύρω από τον δίσκο, έχουμε τυλίξει ένα αβαρές νήμα, στο άκρο του οποίου ασκούμε τη στιγμή t0=0, μια σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου F=5Ν, μέχρι τη στιγμή t1, όπου ο δίσκος έχει διαγράψει γωνία θ=9rad.

i) Πόση είναι η κινητική ενέργεια του συστήματος τη στιγμή t1, που παύει να ασκείται η δύναμη F;

Δίνεται η μάζα της ράβδου m=6kg, ενώ κάποια στιγμή μετά την t1 «λασκάρει η άρθρωση» με αποτέλεσμα η ράβδος να πέσει, στην διεύθυνση της ακτίνας όπως στο δεύτερο σχήμα, οπότε περιστρέφεται μαζί με τον δίσκο, οριζόντια.

ii) Ποια η γωνιακή ταχύτητα του δίσκου τη στιγμή t1 που σταματά η άσκηση της δύναμης F;

iii) Για τη χρονική στιγμή t2=5s να υπολογιστούν:

α) Η ισχύς της δύναμης F.

β) Ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής του συστήματος και ο αντίστοιχος ρυθμός μεταβολής της στροφορμής του δίσκου, ως προς τον άξονα z.)

iv) Ποια η ταχύτητα του άκρου Α της ράβδου, κατά την οριζόντια περιστροφής της;

Δίνονται η ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς τον άξονα z, Ιδ= ½ ΜR2, καθώς και η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς κάθετο άξονα ο οποίος περνά από το μέσον της Ιρ=ml2/12.

***Απάντηση:***

* 1. Μέσω του νήματος, η δύναμη F ασκείται στον δίσκο τον οποίο και επιταχύνει στροφικά. Η κινητική ενέργεια του συστήματος δίσκος-ράβδος είναι ίση με την ενέργεια που μεταφέρεται στο σύστημα μέσω του έργου της δύναμης ή ισοδύναμα του έργου της ροπής της δύναμης:



* 1. Για όσο χρόνο η ράβδος παραμένει κατακόρυφη, το σύστημα μπορεί να θεωρηθεί σαν ένα στερεό s1, το οποίο παρουσιάζει ως προς τον άξονα z, ροπή αδράνειας Ι1:



Αλλά τότε από την κινητική ενέργεια του s1, παίρνουμε:



* 1. Το στερεό s1 στρέφεται με σταθερή γωνιακή επιτάχυνση:



Συνεπώς τη στιγμή t2=4s έχει αποκτήσει γωνιακή ταχύτητα:



(αφού ω2<ω1, προφανώς t2 <t1 και δεν έχει έρθει ακόμη η στιγμή που η δύναμη παύει να επιταχύνει στροφικά το στερεό s1).

α) Η ισχύς της δύναμης, ίση με την ισχύ της ασκούμενης ροπής τη στιγμή t2, είναι:

*ΡF=τ∙ω=FR∙ω=5∙1∙2,5W=12,5W*

β) Οι εξωτερικές δυνάμεις που ασκούνται στο σύστημά μας είναι τα βάρη και η δύναμη F. Ως προς τον άξονα z, μόνο η F εμφανίζει ροπή (το βάρος της ράβδου είναι παράλληλο στον άξονα), οπότε για το ρυθμό μεταβολής της στροφορμής θα έχουμε:



Πάνω στον άξονα z με φορά προς τα πάνω.

Για τον αντίστοιχο ρυθμό μεταβολής της στροφορμής του δίσκου, θα έχουμε:



Ίδιας κατεύθυνσης με τον προηγούμενο ρυθμό, όπως στο σχήμα.

* 1. Στη διάρκεια της πτώσης της ράβδου δεν ασκούνται στο σύστημα εξωτερικές ροπές, ως προς τον άξονα z, οπότε η ολική στροφορμή παραμένει σταθερή:

 (1)

Όπου ο δίσκος με την ράβδο αποτελούν τώρα το στερεό s2 με ροπή αδράνειας:



Όμως με βάση το 2ο σχήμα d=R και αφού , παίρνουμε:



Με αντικατάσταση στην (1) βρίσκουμε:



Συνεπώς το άκρο Α της ράβδου εκτελεί κυκλική κίνηση ακτίνας  έχοντας ταχύτητα μέτρου:



Με κατεύθυνση όπως στο σχήμα.

***dmargaris@gmail.com***