# Και αν πάρουμε το μισό δίσκο;

Διαθέτουμε ένα στερεό το οποίο αποτελείται από μια ομογενή ράβδο ΟΚ, μήκους l=2m και μάζας m=15kg, και, έναν ομογενή δίσκο μάζας Μ=40kg και ακτίνας R=1m απόλυτα συνδεδεμένο με τη ράβδο, με το άκρο Κ της ράβδου να είναι και το κέντρο του δίσκου. Το στερεό S μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα ο οποίος διέρχεται από το άκρο Ο της ράβδου, ενώ συγκρατείται με την ράβδο σε οριζόντια θέση, όπως στο σχήμα.

i) Σε μια στιγμή αφήνουμε ελεύθερο το στερεό να περιστραφεί.

α) Να υπολογιστεί η ροπή αδράνειας του στερεού S, ως προς τον άξονα περιστροφής.

β) Να υπολογιστεί η αρχική γωνιακή επιτάχυνση του στερεού S, καθώς και η επιτάχυνση του κέντρου Κ του δίσκου.

ii) Κόβουμε και απομακρύνουμε τον μισό δίσκο, οπότε παίρνουμε το στερεό S1, όπως φαίνεται στο δεύτερο σχήμα.

α) Στηριζόμενοι στον ορισμό της ροπής αδράνειας, να υπολογίσετε τη ροπή αδράνειας Ι1 του στερεού S1, ως προς τον άξονα περιστροφής στο Ο, εκμεταλλευόμενοι την ροπή αδράνειας του στερεού S.

β) Αν αφήσουμε το στερεό S1 να κινηθεί ξανά, από την θέση που η ράβδος είναι οριζόντια, να υπολογιστούν η αρχική γωνιακή επιτάχυνση του στερεού και η αρχική επιτάχυνση του σημείου Κ.

Δίνεται η ροπή αδράνειας ενός ομογενούς δίσκου ως προς κάθετο άξονα ο οποίος περνά από το κέντρο του Ι1=1/2 ΜR2 και η αντίστοιχη ροπή αδράνειας για την ομογενή ράβδο Ι2= ml2/12 και g=10m/s2.

***Απάντηση:***

* 1. Λαμβάνοντας υπόψη ότι η ροπή αδράνειας ενός στερεού προκύπτει ως άθροισμα των γινομένων κάθε στοιχειώδους μάζας, μπορούμε να υπολογίσουμε την ροπή αδράνειας του στερεού S, ως άθροισμα δύο ροπών αδράνειας, ράβδου και δίσκου:

α) Εφαρμόζοντας το θεώρημα Steiner για κάθε στερεό, ως προς τον άξονα στο Ο, παίρνουμε:



.

β) Στο σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στο στερεό S. Εφαρμόζοντας το 2ο νόμο του Νεύτωνα, με θετικές τις δεξιόστροφες ροπές, παίρνουμε:



Έτσι το κέντρο Κ του δίσκου (και άκρο της ράβδου) έχει επιτάχυνση (επιτρόχια) κατακόρυφη, όπως στο σχήμα, με μέτρο:



* 1. Η ροπή αδράνειας του δίσκου, ως προς τον άξονα Ο υπολογίζεται από την εξίσωση , όπου έχουμε χωρίσει το δίσκο σε στοιχειώδεις μάζες mi και ri η αντίστοιχη απόσταση από τον άξονα.

α) Αλλά τότε το άθροισμα αυτό θα μπορούσαμε να το «σπάσουμε» σε δύο αθροίσματα, το ένα για το πάνω μισό του δίσκου και το άλλο για το κάτω μισό. Όμως για κάθε στοιχειώδη μάζα Δm του πάνω μισού, υπάρχει ένα αντίστοιχο Δm συμμετρικό, στο κάτω μισό, συνεπώς όσο συνεισφέρει το πάνω μέρος, άλλο τόσο συνεισφέρει και το κάτω. Δηλαδή:



Συνεπώς για τη ροπή αδράνειας του στερεού S1 θα έχουμε:

.

β) Προφανώς το βάρος του μισού δίσκου θα είναι τώρα ½ w1 και εφαρμόζοντας ξανά το 2ο νόμο του Νεύτωνα, θα πάρουμε:



Οπότε η επιτάχυνση του Κ είναι ξανά κατακόρυφη με μέτρο:



***dmargaris@gmail.com***