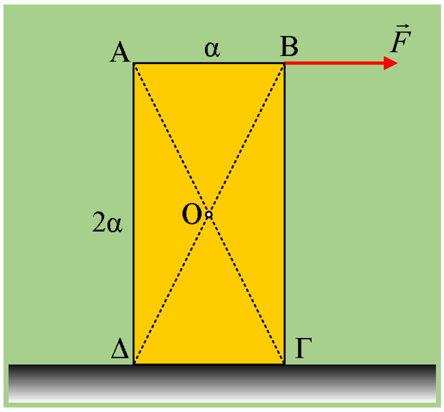
Ο ελάχιστος χρόνος



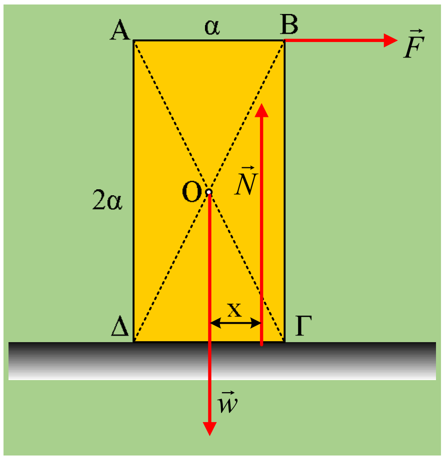
Ένα ομογενές ορθογώνιο ΑΒΓΔ με πλευρές α και 2 α ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Ασκώντας στην κορυφή Β μια σταθερή οριζόντια δύναμη F, όπως στο σχήμα, το επιταχύνουμε οριζόντια.

Ο ελάχιστος χρόνος για να μετακινηθεί το ορθογώνιο κατά απόσταση d, χωρίς να ανατρέπεται, είναι ίσος:

α) $t_{min} = \sqrt{\dfrac{d}{g}}$ β) $t_{min} = \sqrt{\dfrac{2d}{g}}$

γ) $t_{min} = \sqrt{\dfrac{3d}{g}}$ δ) $t_{min} = \sqrt{\dfrac{4d}{g}}$

Απάντηση:

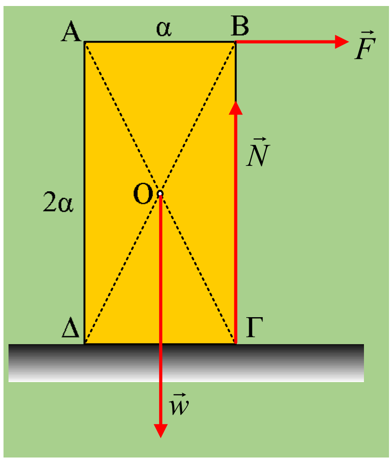


Ασκώντας κάποια δύναμη στην κορυφή Β του ορθογωνίου, θα έχουμε ταυτόχρονα μετατόπιση προς τα δεξιά του σημείου εφαρμογής της κάθετης αντίδρασης του επιπέδου. Γιατί; Γιατί για να εξασφαλίζεται η μη ανατροπή, δηλαδή για να μπορεί να επιταχύνεται προς τα δεξιά το ορθογώνιο, χωρίς ταυτόχρονα να αποκτά γωνιακή επιτάχυνση, επιβάλλεται η συνολική ροπή ως προς το κέντρο μάζας Ο να είναι μηδενική ($\Sigma\tau_o=0$). Έτσι αν θεωρήσουμε την γενική κίνηση του στερεού, ως σύνθετη, μια μεταφορική και μια περιστροφική γύρω από άξονα που περνά από το κέντρο μάζας Ο, θα έχουμε από το 2^{o} νόμο του Νεύτωνα:

$$\Sigma F_y=0 \rightarrow N=mg \quad (1)$$

$$\Sigma F_x= m\cdot \alpha_{cm} \rightarrow F= m\cdot \alpha_{cm} \quad (2)$$

$$\Sigma\tau_o=I\cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \rightarrow N\cdot x-F\cdot \alpha =0 \rightarrow F = N\frac{x}{a} \xrightarrow{(1)} F = mg\frac{x}{a} \quad (3)$$



Για να έχουμε τώρα, τον ελάχιστον χρόνο κίνησης, πρέπει να έχουμε την μέγιστη δυνατή επιτάχυνση κέντρου μάζας, οπότε με βάση την (2) χρειαζόμαστε μέγιστη δύναμη F, αλλά από την (3) η μέγιστη δύναμη είναι αυτή όπου x= ½ α, πράγμα που σημαίνει ότι το ορθογώνιο «είναι έτοιμο» να ανατραπεί, οπότε έρχεται σε επαφή με το επίπεδο μόνο με την κορυφή Γ, όπως στο σχήμα. Αλλά τότε:

$$F_{max}= \tfrac{1}{2}\, mg$$

και από (2):

$$\tfrac{1}{2}\, mg = m\cdot\alpha_{cm} \;\rightarrow\; \alpha_{cm} = \tfrac{1}{2}\, g.$$

Όμως για την μετατόπιση του ορθογωνίου ισχύει:

$$\Delta x = d = \tfrac{1}{2}\, \alpha_{cm}\cdot t^2 \rightarrow$$

$$t_{min} = \sqrt{\frac{2d}{\alpha_{cm.max}}} = \sqrt{\frac{2d}{g/2}} = \sqrt{\frac{4d}{g}}$$

Σωστό το δ).

dmargaris@gmail.com