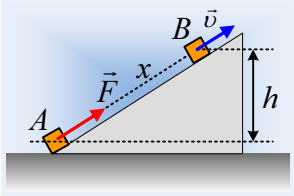
Μια μεταβλητή δύναμη ανεβάζει το σώμα.



Ένα σώμα μάζας m ηρεμεί στη βάση ενός λείου κεκλιμένου επιπέδου, σημείο Α. Σε μια στιγμή t=0, ασκείται πάνω του μια μεταβλητή δύναμη F=10t, με αποτέλεσμα μετά από λίγο, αφού μετατοπισθεί κατά x, να περνά από το σημείο Β, το οποίο απέχει κατακόρυφα κατά h από την αρχική του θέση Α, έχοντας ταχύτητα $\upsilon = \sqrt{2gh}$.

i) Το έργο του βάρους από το Α στο Β είναι ίσο με:

α) W=mgx, β) W=- mgx, γ) W=-mgh, δ) W=mgh

ii) Η μηχανική ενέργεια του σώματος αυξάνεται κατά την μετακίνηση από το Α στο Β κατά:

α) ΔΕ=mgx, β) ΔΕ=2mgx, γ) ΔΕ=2mgh, δ) ΔΕ=mgh

iii) Αφού η δύναμη F είναι μεταβλητή, το έργο της μπορεί να υπολογιστεί, κατασκευάζοντας το διάγραμμά της σε συνάρτηση με το χρόνο. Συμφωνείτε ή διαφωνείτε και γιατί;

iv) Το έργο της δύναμης F είναι ίσο με:

α) W_F=mgx, β) W_F =Fx, γ) W_F =mgh, δ) W_F =2mgh

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

Απάντηση.

Θεωρούμε επίπεδο μηδενικής ενέργειας το οριζόντιο επίπεδο που διέρχεται από την αρχική θέση Α, οπότε το σώμα στην θέση αυτή θα έχει U_A=0 και K_A=0.

i) Το βάρος είναι συντηρητική δύναμη και το έργο του βάρους δεν εξαρτάται από τη διαδρομή και είναι ίσο με:

$$W_B=-\Delta U= U_A-U_B$$

Έτσι αν θεωρήσουμε ότι U_A=0, τότε W_B=-U_B=-mgh. Σωστό το γ).

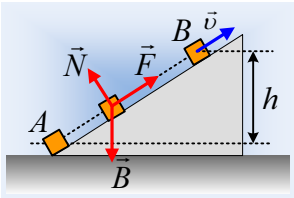
ii) Η αύξηση της μηχανικής ενέργειας είναι ίση:

$$\Delta E_{\mu\eta\chi}=\Delta U+\Delta K=(U_B-U_A)+(K_B-K_A)= U_B+K_B\rightarrow$$

$$\Delta E_{\mu\eta\chi}= mgh+\frac{1}{2}m\upsilon_B^2 = mgh+\frac{1}{2}m\left(\sqrt{2gh}\right)^2 = 2mgh$$

Σωστό το γ).

iii) Το έργο της δύναμης, δεν μπορεί να υπολογιστεί από το διάγραμμα F-t. Το διάγραμμα που χρησιμοποιούμε για τον υπολογισμό του έργου, είναι το διάγραμμα της δύναμης σε συνάρτηση με τη μετατόπιση x και όχι με το χρόνο.



iv) Εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για τη μετακίνηση του σώματος από τη θέση Α στη Β:

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_B + W_N + W_F$$

Όμως η δύναμη N είναι κάθετη στη μετατόπιση οπότε δεν παράγει έργο

και με αντικατάσταση παίρνουμε:

$$\frac{1}{2}m\upsilon_B^2 - 0 = -mgh + W_F \rightarrow$$

$$W_F = mgh + \frac{1}{2}m\left(\sqrt{2gh}\right)^2 = 2mgh$$

Σωστό το δ).

Σχόλιο.

Κατά τη μετάβαση του σώματος από τη θέση Α στη θέση Β, αυξάνεται η δυναμική του ενέργεια κατά mgh, αλλά αυξάνεται και η κινητική του ενέργεια κατά $K_B = \frac{1}{2}m\upsilon^2 = \frac{1}{2}m\left(\sqrt{2gh}\right)^2 = mgh$, συνεπώς έχουμε αύξηση της μηχανικής ενέργειας κατά ΔΕ=2mgh.

Αλλά πώς γίνεται να αυξηθεί η ενέργεια κατά την παραπάνω ποσότητα; Η ενέργεια μεταφέρθηκε στο σώμα μέσω του έργου της δύναμης F. Ισχύει δηλαδή W_F=2mgh=$\Delta E_{\mu\eta\chi}$.

dmargaris@gmail.com