|  |
| --- |
| Όταν τυλίγεται το νήμα, το ελατήριο επιμηκύνεται |

Ο κύλινδρος του σχήματος, μάζας m=4kg και ακτίνας R=0,1m ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο. Γύρω του έχουμε τυλίξει ένα αβαρές νήμα, το οποίο συνδέεται με οριζόντιο ιδανικό ελατήριο σταθεράς k=20Ν/m, το οποίο έχει το φυσικό μήκος του, ενώ το άλλο άκρο του έχει στερεωθεί σε κατακόρυφο τοίχο. Σε μια στιγμή στο κέντρο μάζας Ο του κυλίνδρου ασκείται (με κατάλληλο τρόπο) μια σταθερή οριζόντια δύναμη F μέτρου F=23Ν, όπως στο σχήμα, με αποτέλεσμα ο κύλινδρος να κυλίεται και μετά από λίγο, τη στιγμή t1, ο άξονας του κυλίνδρου να έχει μετατοπισθεί κατά x1=0,2m. Για την στιγμή αυτή ζητούνται:

i) Η επιτάχυνση του κέντρου μάζας Ο και η γωνιακή επιτάχυνση του κυλίνδρου.

ii) Η ενέργεια που έχει μεταφερθεί, μέχρι τη στιγμή αυτή, στον κύλινδρο, μέσω του έργου της δύναμης F, καθώς και η ταχύτητα του ανώτερου σημείου Α του κυλίνδρου.

iii) Η ισχύς της δύναμης F, καθώς και ο ρυθμός με τον οποίο αυξάνεται η κινητική ενέργεια του κυλίνδρου.

iv) Ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του κυλίνδρου.

Δίνεται η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του Ιcm= ½ mR2.

***Απάντηση:***

 Στο σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι οριζόντιες δυνάμεις που ασκούνται σε μια τυχαία θέση στον κύλινδρο. Ο κύλινδρος θα κινηθεί προς τα δεξιά και για να κυλίεται θα πρέπει να περιστραφεί ωρολογιακά, όπως έχει σημειωθεί στο σχήμα.

* 1. Θεωρώντας την κίνηση σύνθετη, μια μεταφορά και μια περιστροφή γύρω από οριζόντιο άξονα ο οποίος περνά από το κέντρο μάζας Ο και ενώνει τα κέντρα των δύο βάσεων του κυλίνδρου, παίρνουμε με εφαρμογή του 2ου νόμου του Νεύτωνα:

Μεταφορική κίνηση: *ΣFx=m∙αcm → F-Fελ-Τ = m∙αcm* (1)

Στροφική κίνηση: *Στο=Ιcm∙ αγων → Τ∙R – Fελ∙R = ½ mR2∙αγων →*

*Τ – Fελ = ½ mR∙αγων*  (2)

Ενώ ισχύει, λόγω κύλισης, και *αcm= αγων∙R* (3)

Με βάση το διπλανό σχήμα, το σημείο Β επαφής με το έδαφος έχει μηδενική επιτάχυνση, ενώ αντίθετα το ανώτερο σημείο Α του κυλίνδρου, έχει εφαπτομενική επιτάχυνση:

*αΑ=αcm+αεπ=αcm+αγωνR=2αcm.*

Το σημείο Α έχει και κεντρομόλο επιτάχυνση, η οποία δεν μας χρειάζεται τη στιγμή αυτή.

Αλλά αν κάθε στιγμή το σημείο Α έχει διπλάσια επιτάχυνση από το κέντρο Ο, τότε και η μετατόπισή του, θα είναι διπλάσια της μετατόπισης του Ο, κάθε στιγμή. Έτσι τη στιγμή t1 που το Ο έχει μετατοπισθεί κατά x1, το Α έχει μετατοπισθεί κατά ΔxΑ=2x1=0,4m, ίση με την μετατόπιση και του σημείου Γ, του άκρου του ελατηρίου. Συνεπώς τη στιγμή t1 το ελατήριο έχει επιμηκυνθεί κατά Δℓ=0,4m, ασκώντας στον κύλινδρο δύναμη μέτρου:

*Fελ=k∙Δℓ=20∙0,4Ν=8Ν*

Αλλά τότε με πρόσθεση των (1) και (2) κατά μέλη, με την βοήθεια και της (3) παίρνουμε:



Και από την σχέση (3):



* 1. Η ενέργεια που μεταφέρθηκε στον κύλινδρο μέσω του έργου της δύναμης F, είναι ίση με το έργο της:

*WF=F∙x1=23∙0,2J=4,6J*

Εφαρμόζοντας το Θ.Μ.Κ.Ε, για τον κύλινδρο παίρνουμε:

*Κ1-Κ0=Ww+WΝ+WF+Wτ+WFελ* (4)

Όμως για την κινητική ενέργεια του κυλίνδρου τη στιγμή t1 έχουμε:



Ενώ WΝ=Ww=0 δυνάμεις κάθετες στην μετατόπιση, WΤ=0, το σημείο εφαρμογής της δεν μετακινείται, 



Οπότε το σημείο Α, έχει τις ταχύτητες υcm λόγω μεταφοράς και υγρ=ωR=υcm, λόγω περιστροφής, συνολικά δηλαδή:

*υΑ=2υcm=2m/s*

* 1. Με βάση το προηγούμενο ερώτημα, έργο πάνω στον κύλινδρο παράγουν μόνο η δύναμη F και η δύναμη του ελατηρίου. Για την ισχύ κάθε δύναμης (στο σχήμα φαίνεται η δύναμη του ελατηρίου, η οποία ασκείται στο σημείο Α) έχουμε:





Αλλά αν η δύναμη μεταφέρει ενέργεια 23J/s στον κύλινδρο και η δύναμη του ελατηρίου αφαιρεί τα 16J/s, σημαίνει ότι η ενέργεια του κυλίνδρου αυξάνεται κατά 7J/s. Έχουμε δηλαδή:



* 1. Από το γενικευμένο νόμο του Νεύτωνα παίρνουμε:





Ο παραπάνω ρυθμός είναι διάνυσμα στη διεύθυνση του άξονα περιστροφής του κυλίνδρου, με φορά προς τα μέσα, όπως στο διπλανό σχήμα.

***dmargaris@gmail.com***