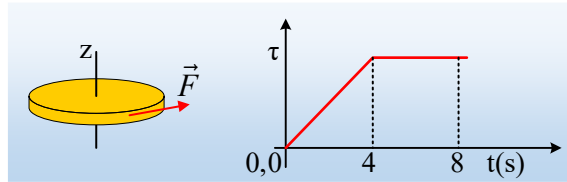
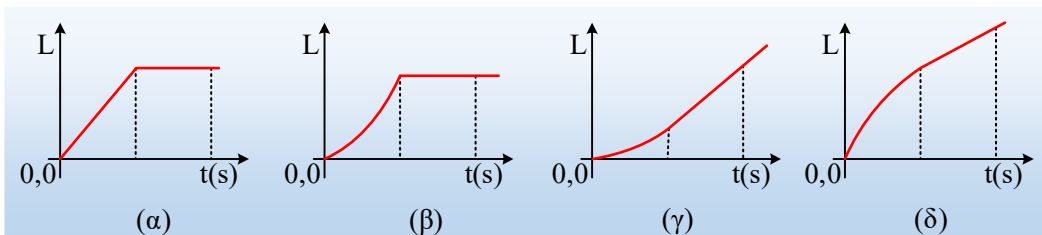


## Διαγράμματα ροπής - στροφομής

Σε ένα αρχικά ακίνητο δίσκο, ασκείται εφαπτομενικά μια μεταβλητή δύναμη, η ροπή της οποίας ως προς τον άξονα περιστροφής z, δίνεται από το παρακάτω διάγραμμα.



i) Ποιο από τα παρακάτω διαγράμματα παριστάνει την στροφομή του δίσκου, ως προς τον άξονα z, σε συνάρτηση με το χρόνο;



ii) Αν τη χρονική στιγμή  $t_1=4s$  ο δίσκος έχει στροφομή μέτρου  $5 \text{ kgm}^2/s$ , τότε την στιγμή  $t_2=8s$  θα έχει στροφομή, μέτρου:

- α)  $5 \text{ kgm}^2/s$ ,   β)  $10 \text{ kgm}^2/s$ ,   γ)  $15 \text{ kgm}^2/s$ ,   δ)  $20 \text{ kgm}^2/s$ .

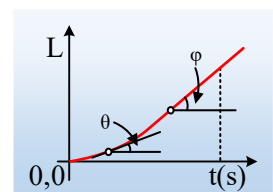
Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

### Απάντηση:

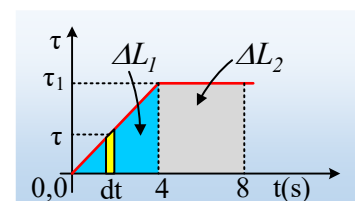
i) Από το γενικευμένο νόμο του Νεύτωνα για το δίσκο, έχουμε ότι:

$$\frac{dL}{dt} = \tau$$

Όπου  $dL/dt$  ο ρυθμός μεταβολής της στροφομής του δίσκου ως προς τον άξονα περιστροφής του. Με βάση αυτό, από 0-4s η στροφομή αυξάνεται με συνεχώς μεγαλύτερο ρυθμό, ενώ στο διάστημα 4s-8s η στροφομή επίσης αυξάνεται αλλά με σταθερό ρυθμό. Οι δύο αυτές συνθήκες ικανοποιούνται από το (γ) διάγραμμα, σύμφωνα με τις κλίσεις που έχουν σημειωθεί στο διπλανό σχήμα, όπου αρχικά η καμπύλη έχει όλο και μεγαλύτερη κλίση, ενώ στη συνέχεια η ακτίνα έχει σταθερή κλίση.



ii) Στο διάγραμμα  $\tau$ - $t$ , το εμβαδόν του κίτρινου χωρίου στο διπλανό σχήμα, είναι ίσο με  $\tau \cdot dt = dL$ , δηλαδή είναι ίσο αριθμητικά με την αντίστοιχη μεταβολή της στροφομής. Αλλά τότε το εμβαδόν του γαλάζιου τριγώνου θα είναι αριθμητικά ίσο με την μεταβολή της στροφομής  $\Delta L_1$  στο χρονικό διάστημα 0-4s, ενώ το εμβαδόν του γκρι ορθογωνίου, θα είναι ίσο με  $\Delta L_2$ , την αντίστοιχη μεταβολή της στροφομής στο διάστημα 4s-8s.



Αλλά αν  $\tau_1$  η μέγιστη τιμή της ροπής θα έχουμε:

$$\Delta L_1 = \frac{I}{2} \tau_1 \cdot 4 \rightarrow L_4 = \frac{I}{2} \tau_1 \cdot 4 \quad (1)$$

Όπου  $L_4$  η στροφορμή του δίσκου τη στιγμή  $t=4s$ , ενώ:

$$\Delta L_2 = \tau_1 \cdot (8 - 4) \rightarrow L_8 - L_4 = \tau_1 \cdot 4 \quad (2)$$

Από τις σχέσεις (1) και (2) και με δεδομένο ότι  $L_4=5\text{kgm}^2/\text{s}$  παίρνουμε:

$$L_8 = L_4 + \tau_1 \cdot 4 = L_4 + 2L_4 = 3L_4 = 15 \text{ kgm}^2 / \text{s}$$

Σωστό το γ).

[dmargaris@gmail.com](mailto:dmargaris@gmail.com)