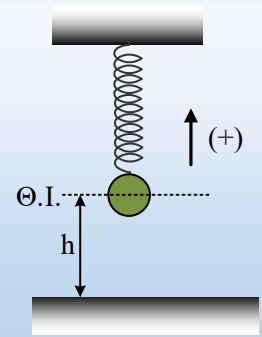


Μια κατακόρυφη ταλάντωση

Ένα σώμα ταλαντώνεται στο κάτω άκρο ενός κατακόρυφου ελατηρίου και στο σχήμα φαίνεται το σώμα στη θέση ισορροπίας του. Με θετική φορά προς τα πάνω, συμπληρώσαμε τιμές στον διπλανό πίνακα, για τέσσερις διαδοχικές χρονικές στιγμές, το ύψος h του σώματος από το έδαφος και την αντίστοιχη ταχύτητα του σώματος.



t	h (m)	v (m/s)	y (m)
t_1	0,4	-1,9	
t_2	0,9	0,0	
t_3	0,5	-2,0	
t_4	0,8	1,3	

Αν η μέγιστη ταχύτητα του σώματος έχει τιμή $v_{\max}=2\text{m/s}$:

- i) Να συμπληρωθεί η τελευταία στήλη του πίνακα με τις τιμές της απομάκρυνσης του σώματος από την θέση ισορροπίας, στις παραπάνω χρονικές στιγμές.
- ii) Να μεταφέρετε το σχήμα με το ελατήριο στο τετράδιό σας και να σχεδιάστε πάνω στο σχήμα τις τέσσερις παραπάνω θέσεις, καθώς και το διάνυσμα της επιτάχυνσης, σε κάθε θέση.
- iii) Ποια η τιμή της επιτάχυνσης την στιγμή t_1 ;
- iv) Για το χρονικό διάστημα $\Delta t=t_4-t_3$ ισχύει:

α) $\Delta t < 0,1\pi$ s, β) $0,1\pi$ s $< \Delta t < 0,2\pi$ s, γ) $0,2\pi$ s $< \Delta t < 0,3\pi$ s, δ) $0,3\pi$ s $< \Delta t < 0,4\pi$ s

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

Απάντηση:

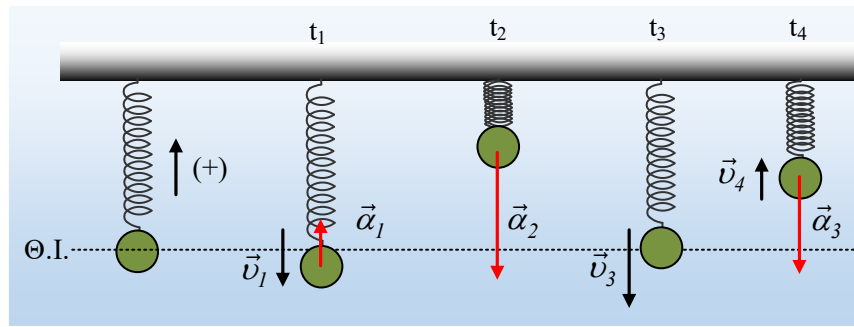
- i) Αν η μέγιστη ταχύτητα έχει τιμή $v_{\max}=2\text{m/s}$, αυτή θα είναι η ταχύτητα στη θέση ισορροπίας, καθώς το σώμα κινείται προς την θετική κατεύθυνση (προς τα πάνω). Αλλά τότε τη στιγμή t_3 το σώμα περνά από την θέση ισορροπίας του κινούμενο προς τα κάτω και η απομάκρυνση θα είναι μηδενική. Αλλά τότε σε κάθε θέση η απομάκρυνση θα υπολογίζεται από την σχέση:

$$y = h_1 - h_0 = h - 0,5\text{m}$$

με αποτέλεσμα να παίρνουμε τις τιμές για την απομάκρυνση της τελευταίας στήλης.

- ii) Με βάση τις τιμές της απομάκρυνσης που υπολογίσαμε και λαμβάνοντας υπόψη ότι η επιτάχυνση κατευθύνεται πάντα προς την θέση ισορροπίας, θ έχουμε το παρακάτω σχήμα:

t	h (m)	v (m/s)	y (m)
t_1	0,4	-1,9	-0,1
t_2	0,9	0,0	0,4
t_3	0,5	-2,0	0,0
t_4	0,8	1,3	0,3



iii) Το πλάτος της ταλάντωσης είναι $A=0,4\text{m}$ (τη στιγμή t_2 το σώμα έχει μηδενική ταχύτητα...) οπότε από το πλάτος της ταχύτητας θα έχουμε:

$$v_{max} = \omega A \rightarrow \omega = \frac{v_{max}}{A} = \frac{2,0}{0,4} \text{ rad / s} = 5 \text{ rad / s}$$

Οπότε η τιμή της επιτάχυνσης τη στιγμή t_1 θα είναι:

$$a_1 = -\omega^2 \cdot y_1 = -5^2 \cdot (-0,1) \text{ m / s}^2 = 2,5 \text{ m / s}^2.$$

iv) Η περίοδος ταλάντωσης είναι ίση:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{5} \text{ s} = 0,4\pi \text{ s}$$

Όμως τη στιγμή t_3 το σώμα περνά από την θέση ισορροπίας του κινούμενο προς τα κάτω, θα φτάσει στην ακραία θέση σε χρόνο $T/4$, θα επιστρέψει ξανά στην θέση ισορροπίας σε επιπλέον χρονικό διάστημα $T/4$ και θα χρειαστεί κάποιον επιπλέον χρόνο για να πάει από την θέση ισορροπίας στην θέση τελική του θέση τη στιγμή t_4 .

Συνεπώς το χρονικό διάστημα Δt θα είναι μεγαλύτερο από $2 \cdot \frac{T}{4} = 0,2\pi \text{ s}$ και μικρότερο από

$$3 \cdot \frac{T}{4} = 0,3\pi \text{ s} \text{ και σωστή είναι η } \gamma) \text{ επιλογή.}$$

dmargaris@gmail.com