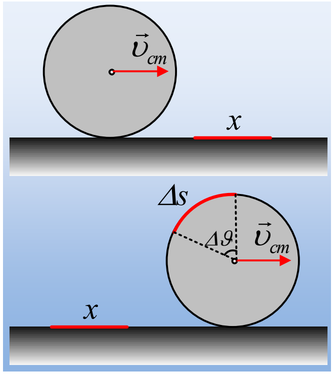
Περί κύλισης σε κινούμενη επιφάνεια.



Έστω ένας τροχός ο οποίος κυλίεται (χωρίς να ολισθαίνει και στο εξής αυτό δεν θα επαναλαμβάνεται, αφού το θεωρώ πλεονασμό. Ή κυλίεται ο τροχός ή όχι. Και τα δύο δεν μπορεί να ισχύουν) με ταχύτητα κέντρου μάζας υ_{cm}. Στην πορεία του συναντά μια μικρή περιοχή όπου έχει χυθεί λίγο κόκκινο χρώμα σε μήκος x=20cm, την οποία διασχίζει.

Μετά από λίγο σταματάμε τον τροχό θα διαπιστώσουμε ότι έχει βαφτεί κόκκινο ένα μέρος της περιφέρειάς του. Μετράμε το μήκος του κόκκινου τόξου και το βρίσκουμε Δs=20cm.

Στην περίπτωση αυτή, λέμε ότι ο τροχός καθώς περνούσε από την περιοχή με το χρώμα, κυλίεται.

Ας κάνουμε τώρα την μαθηματική επεξεργασία:

Το χρονικό διάστημα που χρειάστηκε να κινηθεί ο τροχός για να περάσει πάνω από το κόκκινο χρώμα είναι:

$$x=\upsilon_{cm}\cdot \Delta t$$

Αλλά στο ίδιο χρονικό διάστημα ο τροχός έχει περιστραφεί κατά γωνία Δθ, όπου:

$$\Delta\theta=\omega\cdot\Delta t \rightarrow$$

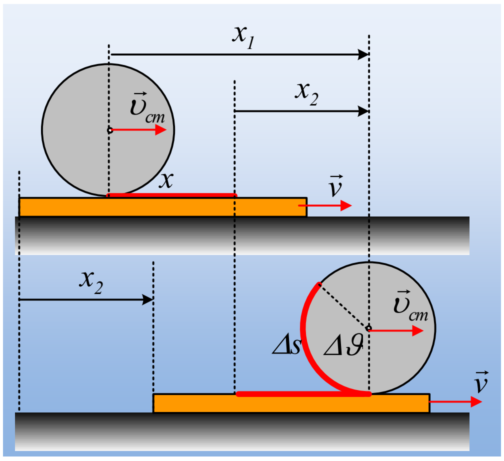
$$\Delta s/R=\omega\cdot\Delta t \rightarrow$$

$$\Delta s=\omega R\cdot\Delta t$$

$$Αλλά\ \Delta s=x \rightarrow$$

$$\upsilon_{cm}=\omega\cdot R$$

Έτσι προέκυψε η γνωστή εξίσωση – σύνδεσμος για την κύλιση.



Αλλά ας πάμε τώρα σε μια οριζόντια σανίδα, η οποία κινείται με ταχύτητα $\vec{v}$, όπως στο σχήμα. Πάνω της αφήνεται να κινηθεί ένας τροχός με ταχύτητα κέντρου μάζας υ_{cm} και γωνιακή ταχύτητα ω, τέτοια, ώστε ο τροχός να κυλίεται πάνω στη σανίδα. Έστω $\upsilon_{cm}>v$ και ότι ο τροχός φτάνει τη στιγμή t=0 στην κόκκινη περιοχή και εξέρχεται τη στιγμή t. Τι έχουμε;

$$x_1=\upsilon_{cm}\cdot t, \quad ενώ \quad x_2=v\cdot t$$

Όπου x_1 η μετατόπιση του τροχού και x_2 η μετατόπιση της σανίδας.

Με βάση το σχήμα όμως έχουμε:

$$x_1=x_2+x \text{ ή}$$

$$\upsilon_{cm}\cdot t=v\cdot t+x \text{ ή}$$

$$\upsilon_{cm}\cdot t=v\cdot t+\Delta s \;\rightarrow \upsilon_{cm}\cdot t=v\cdot t+\Delta\theta\cdot R \rightarrow$$

$$\upsilon_{cm}\cdot t=v\cdot t+\omega\cdot R\cdot t \rightarrow$$

$$\boldsymbol{\upsilon_{cm}=v+\omega\cdot R} \quad (1)$$

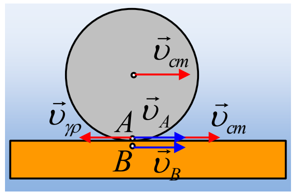
Η σχέση (1) είναι «ο μαθηματικός σύνδεσμος» που περιγράφει την παραπάνω κύλιση!

Αλλά πώς μπορεί να γραφεί η παραπάνω εξίσωση;

Μπορώ να γράψω:

$$\upsilon_{cm}-\omega R=v$$

Η οποία τι μας λέει;



Ας πάρουμε το σημείο επαφής Α του τροχού με τη σανίδα. Για να υπάρξει κύλιση θα πρέπει η ταχύτητα του σημείου Α, (η συνισταμένη της υ_{cm} και της $\upsilon_{\gamma\rho}$=ωR), να είναι ίση με την αντίστοιχη ταχύτητα του σημείου Β (σημείο της ράβδου) με το οποίο έρχεται σε επαφή.

Συνεπώς αν η γωνιακή ταχύτητα του τροχού, συνδέεται με την ταχύτητα του κέντρου μάζας του με την εξίσωση (με τον «μαθηματικό σύνδεσμο») $\upsilon_{cm}=\omega\cdot R$, προφανώς ο τροχός δεν θα κυλίεται, αλλά θα ολισθαίνει…

dmargaris@gmail.com