ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ

ΘΕΜΑ Α

Α1. β **Α2. γ** **Α3. γ** **Α4. α. Λ β. Σ γ. Σ δ. Λ** **Α5. α. Λ β. Σ γ. Σ δ. Λ**

ΘΕΜΑ Β

Β1. α) Σωστή απάντηση είναι η **i**.

β) Έστω ότι a_Σ είναι η ακτίνα της κάθε σπείρας του σωληνοειδούς και a_K είναι η ακτίνα του κυκλικού αγωγού. Ισχύει ότι:

$$B_1 = B_2 \Leftrightarrow K_\mu \cdot 2\cdot\pi\cdot n\cdot\frac{E}{2\cdot R_\Sigma} = K_\mu\cdot\frac{2\cdot\pi\cdot\frac{E}{R_K+R_\Sigma}}{\alpha_K} \Leftrightarrow \frac{n}{2\cdot R_\Sigma} = \frac{1}{\alpha_K\cdot(R_K+R_\Sigma)} \Leftrightarrow$$

$$n\cdot\alpha_K\cdot(R_K+R_\Sigma) = 2\cdot R_\Sigma \quad (1)$$

Εφόσον το σωληνοειδές (Σ) και ο κυκλικός αγωγός (Κ) είναι φτιαγμένα από το ίδιο υλικό και είναι στην ίδια θερμοκρασία, έχουν ίδια πυκνότητα. Επίσης, οι μάζες τους είναι ίσες και επομένως έχουν ίσους όγκους. Άρα:

$$V_\Sigma = V_K \Leftrightarrow \mathrm{N}\cdot 2\cdot\pi\cdot a_\Sigma\cdot\pi\cdot r_\Sigma^2 = 2\cdot\pi\cdot a_K\cdot\pi\cdot r_K^2 \Leftrightarrow \mathrm{N}\cdot a_\Sigma\cdot r_\Sigma^2 = a_K\cdot r_K^2 \Leftrightarrow$$

$$\mathrm{N}\cdot\frac{a_\Sigma}{a_K} = \frac{r_K^2}{r_\Sigma^2} \quad (2)$$

Διαιρούμε κατά μέλη τις ωμικές αντιστάσεις, εφαρμόζοντας το νόμο της αντίστασης και την εξίσωση (2):

$$\frac{R_\Sigma}{R_K} = \frac{\rho\cdot\frac{N\cdot 2\cdot\pi\cdot a_\Sigma}{\pi\cdot r_\Sigma^2}}{\rho\cdot\frac{2\cdot\pi\cdot a_K}{\pi\cdot r_K^2}} \Leftrightarrow \frac{R_\Sigma}{R_K} = \frac{N\cdot a_\Sigma\cdot r_K^2}{a_K\cdot r_\Sigma^2} \Leftrightarrow \frac{R_\Sigma}{R_K} = \frac{r_K^4}{r_\Sigma^4} \Leftrightarrow R_K = \frac{r_\Sigma^4}{r_K^4}\cdot R_\Sigma \quad (3)$$

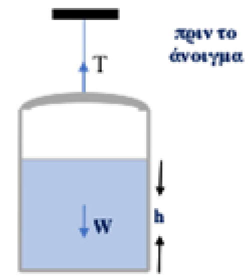
Η εξίσωση (1) γίνεται:

$$n\cdot\alpha_K\cdot\left(\frac{r_\Sigma^4}{r_K^4}\cdot R_\Sigma + R_\Sigma\right) = 2\cdot R_\Sigma \Leftrightarrow n\cdot\alpha_K\cdot\left(\frac{r_\Sigma^4}{r_K^4}+1\right) = 2 \Leftrightarrow \frac{r_\Sigma^4}{r_K^4} = \frac{2}{n\cdot\alpha_K} - 1 \Leftrightarrow$$

$$\frac{r_\Sigma^4}{r_K^4} = \frac{2}{20\cdot 0,05} - 1 \Leftrightarrow \frac{r_\Sigma^4}{r_K^4} = 1 \Leftrightarrow \frac{r_\Sigma}{r_K} = 1$$

B2. **α)** Σωστή απάντηση είναι η **ii.**

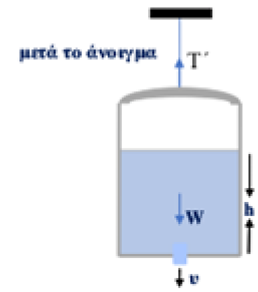
β) Αν Μ η μάζα του δοχείου και m η μάζα του υγρού, πριν το άνοιγμα της τρύπας ισχύει: $T = (M+m)\cdot g$ (1)



Για την χρονική στιγμή που ανοίγει η τρύπα έχουμε:

$$\Sigma F = \frac{\Delta P}{\Delta t} \Rightarrow (M+m)g - T' = \frac{\Delta m}{\Delta t}u = \frac{p\Delta V}{\Delta t}u = p\Pi u = pAu^2$$

όμως $u = \sqrt{2gh}$.



Άρα $(M+m)g - T' = 2pAgh$ (2)

Από τις (1) και (2) προκύπτει ότι

$\Delta T = -2pAgh$

B3. **α)** Σωστή απάντηση είναι η **i.**

β) Εφαρμόζουμε την εξίσωση συνέχειας για τα σημεία 1 και 2:

$$\Pi_1 = \Pi_2 \Rightarrow A_1\cdot\upsilon_1 = A_2\cdot\upsilon_2 \Rightarrow 2\cdot\cancel{A_2}\cdot\upsilon_1 = \cancel{A_2}\cdot\upsilon_2 \Rightarrow \upsilon_2 = 2\cdot\upsilon_1$$

Έστω m η μάζα του ρευστού που μετακινείται στο χρονικό διάστημα Δt. Εφαρμόζουμε Θ.Μ.Κ.Ε. μεταξύ των σημείων 1 και 2:

$$\Sigma W = \Delta K \Rightarrow \Sigma W = K_{τελ} - K_{αρχ} \Rightarrow \Sigma W = \frac{1}{2}\cdot m\cdot\upsilon_2^2 - \frac{1}{2}\cdot m\cdot\upsilon_1^2 \Rightarrow$$

$$\Sigma W = \frac{1}{2}\cdot\rho\cdot\Delta V\cdot\upsilon_2^2 - \frac{1}{2}\cdot\rho\cdot\Delta V\cdot\upsilon_1^2 \Rightarrow \Sigma W = \frac{1}{2}\cdot\rho\cdot\Pi_2\cdot\Delta t\cdot(2\cdot\upsilon_1)^2 - \frac{1}{2}\cdot\rho\cdot\Pi_1\cdot\Delta t\cdot\upsilon_1^2 \Rightarrow$$

$$\Sigma W = \frac{1}{2}\cdot\rho\cdot\Pi_1\cdot\Delta t\cdot 4\cdot\upsilon_1^2 - \frac{1}{2}\cdot\rho\cdot\Pi_1\cdot\Delta t\cdot\upsilon_1^2 \Rightarrow \Sigma W = \frac{3}{2}\cdot\rho\cdot\Pi_1\cdot\Delta t\cdot\upsilon_1^2 \Rightarrow$$

$$\Sigma W = \frac{3}{2}\cdot\rho\cdot A_1\cdot\upsilon_1\cdot\Delta t\cdot\upsilon_1^2 \Rightarrow \Sigma W = \frac{3}{2}\cdot\rho\cdot A_1\cdot\Delta t\cdot\upsilon_1^3$$

B4. **α)** Σωστή απάντηση είναι η **iv.**

β) Έστω $\upsilon_{cm} = \omega\cdot R$ η ταχύτητα του κέντρου μάζας.

Για το κατώτερο σημείο Β ισχύει:

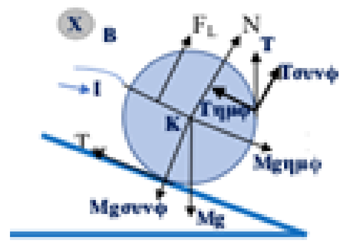
$$\upsilon_B = \upsilon_\varepsilon - \upsilon_{cm} \Rightarrow \upsilon = \omega\cdot\frac{5}{4}\cdot R - \upsilon_{cm} \Rightarrow \upsilon = \frac{\upsilon_{cm}}{\cancel{R}}\cdot\frac{5}{4}\cdot\cancel{R} - \upsilon_{cm} \Rightarrow \upsilon = \frac{1}{4}\cdot\upsilon_{cm} \Rightarrow \upsilon_{cm} = 4\cdot\upsilon$$

Για το ανώτερο σημείο Α ισχύει:

$$\upsilon_A = \upsilon_\varepsilon + \upsilon_{cm} = \omega\cdot\frac{5}{4}\cdot R + \upsilon_{cm} = \frac{\upsilon_{cm}}{\cancel{R}}\cdot\frac{5}{4}\cdot\cancel{R} + 4\cdot\upsilon = 5\cdot\upsilon + 4\cdot\upsilon = 9\cdot\upsilon$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Για την ισορροπία του κυλίνδρου ισχύει:



$\Sigma F_x{}' = 0 \Rightarrow Mg\eta\mu\varphi - T\eta\mu\varphi - T_{\sigma\tau} = 0$ (1)

$\Sigma F_y{}' = 0 \Rightarrow N + T\sigma\upsilon\nu\varphi + F_L - Mg\sigma\upsilon\nu\varphi = 0$ (2)

$\Sigma\tau_K = 0 \Rightarrow T_{\sigma\tau}R - TR + F_L R/2 = 0$ (3)

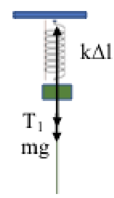
Όπου $Mg\eta\mu\varphi = 24N$, $Mg\sigma\upsilon\nu\varphi = 32N$,

$FL = BId = BIR = 8N$

Από την επίλυση του συστήματος προκύπτει $T = 17{,}5N$ και $T\sigma\tau = 13{,}5N$

Επομένως για το ερώτημα Γ1, σωστή απάντηση είναι η α.

Γ2. Για την ισορροπία του σώματος μάζας m ισχύει:

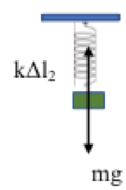


$\Sigma F = 0 \Rightarrow mg + T_1 - k\Delta l_1 = 0$

Το νήμα είναι αβαρές και μη εκτατό. Άρα $T_1 = T = 17,5N$

Άρα $k\Delta l_1 = 20N$

Μετά το κόψιμο του νήματος, η θέση ισορροπίας του σώματος αλλάζει και θα ισχύει:



$mg - k\Delta l_2 = 0$

Άρα $k\Delta l_2 = 2{,}5N$

Όταν κόβεται το νήμα, το σώμα μάζας m αρχίζει να ταλαντώνεται αρχίζοντας την κίνησή του από την ηρεμία, με σταθερά ταλάντωσης $D = k = m\omega^2$. Άρα $\omega = 20rad/s$.

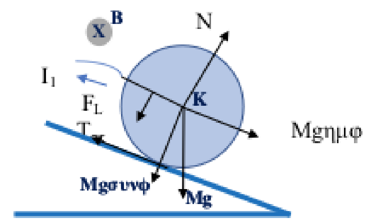
Άρα βρίσκεται σε ακραία θέση και το πλάτος της κίνησης θα είναι: $A = \Delta l_1 - \Delta l_2 = 0{,}175m$.

Η εξίσωση της κίνησης είναι της μορφής: $y = A\eta\mu(\omega t + \varphi_0)$

Την χρονική στιγμή $t = 0$, είναι $y = -A$. Άρα $\varphi_0 = \frac{3\pi}{2}$ rad

Έτσι η εξίσωση της κίνησης γίνεται: $y = 0{,}175 \cdot \eta\mu\left(20 \cdot t + \frac{3\pi}{2}\right)$ (S.I.)

Επομένως για το ερώτημα Γ2, σωστή απάντηση είναι η γ.



Γ3. Για την ισορροπία του κυλίνδρου, μετά το κόψιμο του νήματος, ισχύει:

$\Sigma F_x{}' = 0 \Rightarrow Mg\eta\mu\varphi - T_{\sigma\tau} = 0 \Rightarrow T_{\sigma\tau} = 24N$

$\Sigma F_y{}' = 0 \Rightarrow N - F_L - Mg\sigma\upsilon\nu\varphi = 0 \qquad (5)$

$\Sigma\tau_K = 0 \Rightarrow T\sigma\tau R - F_L R/2 = 0 \Rightarrow F_L = 48N = BI_1 d \Rightarrow I_1 = 24A$

Επομένως για το ερώτημα Γ3, σωστή απάντηση είναι η γ.

Γ4. Από την (5) έχουμε: $N = F_L + Mg\sigma\upsilon\nu\varphi = 80N$

Για να μην ολισθήσει ο κύλινδρος πρέπει $T_{\sigma\tau} \le T_{o\lambda} = \mu N$

Άρα $\mu \ge 0{,}3 \Rightarrow \mu_{min} = 0{,}3$

Επομένως για το ερώτημα Γ4, σωστή απάντηση είναι η δ.

Γ5. Για την, χωρίς ολίσθηση, κύλιση του κυλίνδρου και την δεδομένη γωνία στροφής έχουμε:

$\theta = \frac{1}{2}\alpha_{\gamma\omega\nu}t^2 \Rightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{100}{3\pi}\frac{rad}{s^2}$ $\theta = \frac{1}{2}\cdot\alpha_{\gamma\omega\nu}\cdot t^2 \Rightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu} = 20\ rad/s^2$

Το μέσον της ράβδου θα έχει γραμμική ταχύτητα $\upsilon_{\gamma\rho} = \alpha_{\gamma\rho}\cdot t = \alpha_{\gamma\omega\nu}\cdot r\cdot t = \sqrt{\frac{3\pi}{5}}\ m/s$, παράλληλη στο κεκλιμένο επίπεδο με φορά προς τα πάνω και ταχύτητα λόγω μεταφορικής κίνησης $\upsilon_{cm} = \alpha_{cm}\cdot t = \alpha_{\gamma\omega\nu}\cdot R\cdot t = 2\cdot\sqrt{\frac{3\pi}{5}}\ m/s$, παράλληλη στο κεκλιμένο επίπεδο με φορά προς τα κάτω. Άρα το μέτρο της ταχύτητας του μέσου θα είναι $\sqrt{\frac{3\pi}{5}}\ m/s$.

Επομένως για το ερώτημα Γ5, σωστή απάντηση είναι η β.

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Σωστή απάντηση είναι η **γ.**

Δ2. Σωστή απάντηση είναι η **β.**

Δ3. Α. $\alpha = 42,400 \pm 0,100$ $\beta = 44,800 \pm 0,100$ $\gamma = 48,600 \pm 0,100$

$\delta = 51,100 \pm 0,100$ $\varepsilon = 54,800 \pm 0,100$ $\zeta = 57,200 \pm 0,100$

Β. Σωστή απάντηση είναι η **δ.**

Δ4. Α. $\alpha = 3,800 \pm 0,100$ $\beta = 6,400 \pm 0,100$ $\gamma = 10,100 \pm 0,100$

$\delta = 12,600 \pm 0,100$ $\varepsilon = 16,600 \pm 0,100$ $\zeta = 18,900 \pm 0,100$

Β. Σωστή απάντηση είναι η **β.**

Δ5. Α. $\alpha = 71,900 \pm 0,100$ $\beta = 73,200 \pm 0,100$ $\gamma = 73,900 \pm 0,100$

$\delta = 74,600 \pm 0,100$ $\varepsilon = 75,300 \pm 0,100$ $\zeta = 76,600 \pm 0,100$

Β. Σωστή απάντηση είναι η **δ.**