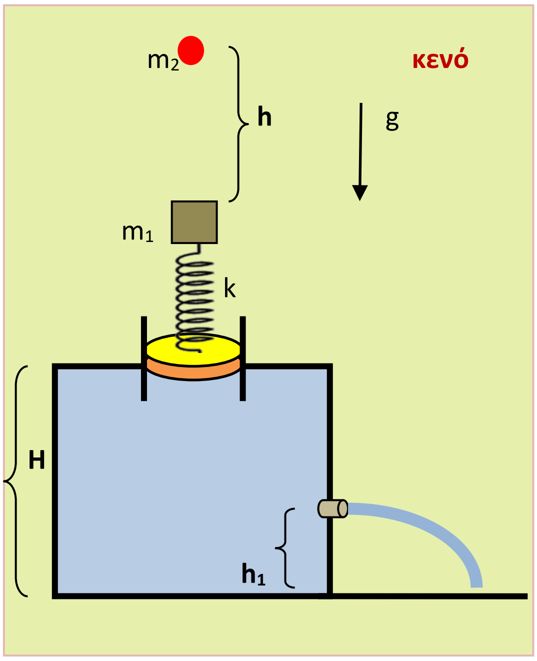
ΕΝΑ Γ ΘΕΜΑ ΣΤΑ ΡΕΥΣΤΑ



Το σώμα m_1 ισορροπεί ακίνητο στο πάνω άκρο κατακόρυφου ελατηρίου k=100N/m, το κάτω άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε αβαρές έμβολο, εμβαδού A_E=2cm^2 το οποίο είναι σε επαφή με νερό πυκνότητας ρ=1000kg/m^3 . Το έμβολο βρίσκεται σε ύψος Η από τον πυθμένα του δοχείου. Το δοχείο έχει ύψος Η και στην κατακόρυφη πλευρά του έχει οπή με εμβαδό πολύ μικρότερο από τις διαστάσεις του δοχείου και του εμβόλου ώστε η στάθμη του νερού στο δοχείο να είναι σταθερή και να έχει ύψος Η. Από την οπή που βρίσκεται σε ύψος h_1=0.8m από τον πυθμένα εξέρχεται νερό με βεληνεκές 8m.

Κάποια στιγμή σώμα μάζας m_2=1/3kg αφήνεται από ύψος h=0,8m πάνω από το ακίνητο m_1 και μετά από λίγο τα σώματα συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά τη χρονική στιγμή t=0. Αμέσως μετά την t=0 το m_1 ξεκινά α.α.τ , ενώ το m_2 αναπηδά προς τα πάνω και φτάνει σε ύψος $h_1/4$ από το σημείο της κρούσης. Η όλη πειραματική διάταξη που εικονίζεται παραπάνω βρίσκεται σε κενό αέρος αλλά εντός πεδίου βαρύτητας ,έντασης g=10m/s^2.

Α) να γράψετε την εξίσωση χ(t) της α.α.τ που θα εκτελέσει το m_1 μετά την t =0 θεωρώντας θετική φορά προς τα πάνω.

Β) Ποια χρονική στιγμή t_1 το μέτρο της επιτάχυνσης του m_1 ισούται με g για 1^η φορά μετά την t=0;

Γ)Να υπολογίσετε το ύψος Η του δοχείου.

Δ) Τη χρονική στιγμή t_2=π/20 s το m_1 ακινητοποιείται μόνιμα με κατάλληλο μηχανισμό. Ποιο θα είναι το βεληνεκές κάποια χρονική στιγμή μετά την t_2 πού η ροή στην οπή θα έχει σταθεροποιηθεί; Αν η οπή έχει διατομή 2mm^2 ποια θα ναι η διατομή της φλέβας του νερού όταν θα χτυπά το οριζόντιο επίπεδο;

ΣΥΝΟΠΤΙΚΗ ΛΥΣΗ

Από ΘΜΚΕ για την πτώση του m_2	Από ΘΜΚΕ για την άνοδο του m_2
Προκύπτει $\upsilon_2=\sqrt{2gh}$=4m/s	προκύπτει $\upsilon'_2=\sqrt{(gh/2)}$=2m/s

Από τις σχέσεις της κεντρικής ελαστικής κρούσης:

$\upsilon'_2=(m_2-m_1)\upsilon_2/(m_1+m_2) \rightarrow m_1$=1kg $\quad \upsilon'_1=2m_2\upsilon_2/(m_1+m_2)$=2m/s

Εμμ. Μαργαρίτης

ΕΝΑ Γ ΘΕΜΑ ΣΤΑ ΡΕΥΣΤΑ

Για την οριζόντια βολή ο χρόνος πτώσης είναι $t=\sqrt{(2h_1/g)}=0{,}4sec$

Για το βεληνεκές πριν την κρούση $s=\upsilon_3\, t \rightarrow \upsilon_3=20m/s$

Α) το m_1 πριν την κρούση ισορροπεί $\Sigma F_1=0 \rightarrow F_{\varepsilon\lambda\alpha\tau}=m_1 g=10N \rightarrow x_1=0.1m$

Το m_1 ξεκινά αατ την t=0 από τη ΘΙ με $\upsilon_{max}=2m/s$ και $\omega=\sqrt{k/m_1}10r/s$

Άρα το πλάτος της αατ είναι $A=\upsilon_{max}/\omega=0{,}2m$

Για t=0 ισχύει $\chi=0$ και $\upsilon<0$ άρα $\eta\mu\varphi_0=0 \rightarrow \varphi_0=\pi rad$

Άρα **$\chi=0{,}2\eta\mu(10t+\pi)$ SI**

Β) $\Sigma F=m_1\,\alpha \rightarrow mg-F_{\varepsilon\lambda\alpha\tau}=m_1(-g) \rightarrow F_{\varepsilon\lambda\alpha\tau}=2mg=20N \rightarrow kd=20N$ άρα όταν η παραμόρφωση του ελατηρίου είναι 0,2m δηλαδή όταν το σώμα m1 περνά για 1η φορά από τη θέση $\chi=-0{,}1m$ έχει για 1η φορά επιτάχυνση μέτρου g.

Από την εξίσωση $\chi(t)$ για $\chi=-0{,}1m$ και $\upsilon<0$ προκύπτει **$t_1=\pi/60s$**

Γ) Από την ισορροπία του εμβόλου πριν την κρούση έχουμε $\Sigma F=0 \rightarrow F_{\varepsilon\lambda\alpha\tau}=F_{\upsilon\gamma\rho o\upsilon}=10N$

Διαιρώντας με το εμβαδό του εμβόλου προκύπτει ότι η πίεση κάτω από το έμβολο Ισούται με $p=F_{\upsilon\gamma\rho o\acute{\upsilon}}/A_\varepsilon=5\ 10^4pa$. Εφαρμόζοντας την εξίσωση Bernoulli από το σημείο Κάτω από το έμβολο μέχρι την οπή έχουμε $p+\rho g(H-h_1)=\rho\upsilon_3^2/2 \rightarrow$ **$H=15{,}8m$**

Δ) για t_2 από την εξίσωση $\chi(t)$ έχουμε : $\chi=0{,}2\eta\mu(0{,}5\pi+\pi)=-0{,}2m$ δηλαδή το σώμα m_1 ακινητοποιείται μόνιμα στην κάτω ακραία θέση που το ελατήριο έχει συσπείρωση 0,3m άρα ασκεί στο έμβολο δύναμη $F=k0{,}3=30N$. Τότε από την ισορροπία εμβόλου προκύπτει ότι κάτω από το έμβολο επικρατεί πίεση $p'=F/A_E=15\ 10^4pa$ έτσι λίγο αργότερα που *θα αποκατασταθεί σταθερή ροή* από την οπή εφαρμόζουμε Bernoulli από το έμβολο έως την οπή : $p'+\rho g(H-h_1)=\rho\upsilon_4^2/2 \rightarrow \upsilon_4=\sqrt{600}m/s$

άρα το νέο βεληνεκές θα ναι : **$s'=\upsilon_4\, t=4\sqrt{6}m$.**

Από την οπή μέχρι το έδαφος εφαρμόζουμε Bernoulli : $\rho\upsilon_4^2/2+\rho g h_1=\rho\upsilon_5^2/2 \rightarrow \upsilon_5=\sqrt{616}m/s$

Από την οπή έως το σημείο που η φλέβα χτυπά στο έδαφος εφαρμόζοντας την εξίσωση συνέχειας θα έχουμε : $\upsilon_4\, A_{o\pi\acute{\eta}\varsigma}=\upsilon_5\, A_x \rightarrow$ **$A_X=1{,}97mm^2$**

manmar7@yahoo.gr

Εμμ. Μαργαρίτης