|  |
| --- |
| Ισορροπίες με τριβές και κρούση. |

Πάνω σε ένα μη λείο οριζόντιο επίπεδο, ηρεμεί ένα σώμα Σ1 μάζας m1=2kg, δεμένο στο άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k=20Ν/m, το οποίο έχει επιμηκύνει κατά x1=0,2m. Ένα δεύτερο σώμα Σ2 μάζας m2=1kg κινείται κατά μήκος του άξονα του ελατηρίου με κατεύθυνση προς το σώμα Σ1, με το οποίο μετά από λίγο συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά. Τα δυο σώματα παρουσιάζουν τον ίδιο συντελεστή τριβής ολίσθησης με το επίπεδο μ=0,65. Μετά την κρούση το Σ1 διανύει απόσταση (ΑΒ)= s=0,6m, μέχρι να μηδενιστεί η ταχύτητά του, στη θέση Β.

i) Να υπολογιστεί η τριβή που ασκείται στο σώμα Σ1, στη θέση Α, πριν την κρούση.

ii) Να βρεθεί η ταχύτητα την οποία αποκτά το σώμα Σ1, αμέσως μετά την κρούση, καθώς και η αντίστοιχη επιτάχυνσή του.

iii) Τι ποσοστό της κινητικής ενέργειας του Σ2 ελάχιστα πριν την κρούση, μεταφέρεται στο σώμα Σ1;

iv) Να βρεθεί η τελική απόσταση μεταξύ των δύο σωμάτων, μετά την ακινητοποίησή τους.

Δίνεται g=10m/s2.

***Απάντηση:***

* 1. Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα Σ1 στην αρχική θέση ισορροπίας του Α, όπου το σώμα αντιμετωπίζεται ως υλικό σημείο. Από την ισορροπία του σώματος παίρνουμε:

*ΣFx=0 → Fελ-Τs=0 → Τs=Fελ=k∙x1=20∙0,2Ν=4Ν*

*ΣFy=0 → Ν=w=m1g=20Ν*

Προφανώς η τριβή αυτή είναι στατική τριβή, αφού το σώμα ισορροπεί.

* 1. Εφαρμόζουμε το Θ.Μ.Κ.Ε. για την κίνηση του σώματος Σ1 από την θέση Α μέχρι τη θέση Β, όπου μηδενίζεται η ταχύτητά του. Στο σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται πάνω του σε μια θέση που το ελατήριο έχει συμπιεστεί.

*ΚΒ-ΚΑ=Ww+WΝ+WFελ+WΤ*  (1)

Όπου Ww=WΝ=0, δυνάμεις κάθετες στη μετατόπιση, ενώ για το έργο της δύναμης του ελατηρίου, μιας συντηρητικής δύναμης ισχύει *WFελ=Uαρχ-Uτελ=* $\frac{1}{2}kx\_{1}^{2}-\frac{1}{2}kx\_{2}^{2}$, με *x2=s-x1=0,6m-0,2m=0,4m*. Έτσι από την (1) αν υ1 η ταχύτητα του Σ1 αμέσως μετά την κρούση, παίρνουμε:

$0-\frac{1}{2}m\_{1}υ\_{1}^{2}=0+0-\frac{1}{2}kx\_{1}^{2}-\frac{1}{2}kx\_{2}^{2}-μΝs$ →

$$υ\_{1}=\sqrt{\frac{k\left(x\_{2}^{2}-x\_{1}^{2}\right)+2μΝs}{m\_{1}}}=\sqrt{\frac{20\left(0,4^{2}-0,2^{2}\right)+2∙0,65∙20∙06}{2}} m/s=3m/s$$

 Εξάλλου από το 2ο νόμο του Νεύτωνα, αμέσως μετά την κρούση, όπου το σώμα έχει ταχύτητα, άρα η τριβή έχει μετατραπεί σε τριβή ολίσθησης μέτρου Τ=μ∙Ν=0,65∙20Ν=13Ν και θεωρώντας την προς τα δεξιά κατεύθυνση ως θετική, παίρνουμε:

*ΣF=m∙α → Fελ-Τ=m1∙α* →

$$α=\frac{kx\_{1}-T}{m\_{1}}=\frac{20∙0,2-13}{2}m/s^{2}=-4,5m/s^{2}$$

* 1. Για την κεντρική ελαστική κρούση μεταξύ δύο υλικών σημείων, όπου το ένα (Σ1) είναι ακίνητο, ενώ το Σ2 κινείται με ταχύτητα υ0, οι τελικές ταχύτητες υ1 και υ2 ικανοποιούν τις εξισώσεις:

$υ\_{1}=\frac{2m\_{2}}{m\_{1}+m\_{2}}υ\_{0}$ (2) και $υ\_{2}=\frac{m\_{2}-m\_{1}}{m\_{1}+m\_{2}}υ\_{0}$ (3)

Από την (2) βρίσκουμε:

$υ\_{0}=\frac{ m\_{1}+m\_{2}}{2m\_{2}}υ\_{1}=\frac{2+1}{2∙1}∙3 m/s=4,5m/s$ →

$$υ\_{2}=\frac{m\_{2}-m\_{1}}{m\_{1}+m\_{2}}υ\_{0}=\frac{1-2}{2+1}4,5\frac{m}{s}=-1,5m/s$$

Οπότε το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας του Σ2 που μεταφέρεται στο Σ1 στη διάρκεια της κρούσης είναι:

$$π=\frac{ Κ\_{1}}{Κ\_{0}}100\%=\frac{\frac{1}{2}m\_{1}υ\_{1}^{2}}{\frac{1}{2}m\_{2}υ\_{0}^{2}}100\%=\frac{2∙3^{2}}{1∙4,5^{2}}100\%≈89\%$$

* 1. Σχεδιάζουμε τις δυνάμεις που ασκούνται στο Σ1 μόλις μηδενιστεί η ταχύτητά του στη θέση Β. Το σώμα λόγω της δύναμης του ελατηρίου τείνει να κινηθεί προς τα αριστερά, συνεπώς η τριβή έχει φορά προς τα δεξιά. Για το μέτρο της δύναμης του ελατηρίου έχουμε:

*Fελ=k∙Δl=k∙x2=20∙0,4Ν=8Ν*

Αλλά αφού η τριβή ολίσθησης έχει μέτρο Τολ=13Ν, τότε η δύναμη του ελατηρίου δεν είναι «ικανή» να επιταχύνει το σώμα, το οποίο θα παραμείνει ακίνητο στη θέση Β, ενώ η ασκούμενη τριβή θα είναι στατική, μέτρου:

*Τσ,Β=8Ν*

Το σώμα Σ2 βρήκαμε ότι αποκτά ταχύτητα προς τα αριστερά, μέτρου |υ2|=1,5m/s, οπότε θα σταματήσει σε μια θέση Γ, σε απόσταση s2 από τη θέση της κρούσης Α, οπότε με εφαρμογή του Θ.Μ.Κ.Ε. για το σώμα βρίσκουμε:

*Κ2,Γ-Κ2,Α=Ww2+WΝ2+WΤ2* →

$0-\frac{1}{2}m\_{2}υ\_{2}^{2}=0+0-μm\_{2}gs\_{2}$ *→*

$$s\_{2}=\frac{υ\_{2}^{2}}{2μg}=\frac{1,5^{2}}{2∙0,65∙10}m≈0,17m$$

Οπότε η τελική απόσταση μεταξύ των δύο σωμάτων είναι:

*d=s+s2=0,6m+0,17m=0,77m*

***dmargaris@gmail.com***