|  |
| --- |
| Κλειστό δοχείο με δύο έμβολα. |

Το κυλινδρικό δοχείο του σχήματος είναι γεμάτο με νερό, το οποίο θεωρούμε ασυμπίεστο ιδανικό ρευστό με πυκνότητα ρ=1.000kg/m3. Το δοχείο έχει ύψος 3h=3m, είναι κλειστό, ενώ στην δεξιά του πλευρά έχουν προσαρμοσθεί δύο έμβολα, τα οποία μπορούν να κινούνται χωρίς τριβές, στις θέσεις του σχήματος (το πρώτο απέχει κατά h από την πάνω βάση και το δεύτερο h από την κάτω). Το πάνω έμβολο είναι ελεύθερο να κινηθεί ενώ στο κάτω ασκούμε οριζόντια δύναμη F1, με αποτέλεσμα το νερό να ισορροπεί, χωρίς να χύνεται. Δίνεται η ατμοσφαιρική πίεση pατ=105Ρα, τα εμβαδά των εμβόλων Α=5cm2 και g=10m/s2.

i) Να υπολογιστεί η πίεση στα σημεία Α και Β, στην πάνω και κάτω βάση του δοχείου.

ii) Αν η βάση του δοχείου έχει εμβαδόν Α1=0,4m2, να υπολογιστούν οι δυνάμεις που το νερό ασκεί σε κάθε βάση του και η διαφορά τους. Τι μετράει η διαφορά αυτή;

iii) Να υπολογιστεί η απαραίτητη δύναμη που πρέπει να ασκούμε στο κάτω έμβολο για την παραπάνω ισορροπία.

iv) Αν αυξήσουμε το μέτρο της ασκούμενης δύναμης F1 στην τιμή F1΄= 8Ν, να βρεθεί η απαραίτητη δύναμη F που πρέπει να ασκηθεί στο πάνω έμβολο για να διατηρηθεί η ισορροπία των εμβόλων.

***Απάντηση:***

* 1. Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στο πάνω έμβολο, το οποίο και ισορροπεί. Έτσι από την ισορροπία του εμβόλου παίρνουμε:

*ΣF=0 → Fυγ=Fατμ → pΕ∙Α=pατμ∙Α →*

*pΕ=pατμ=105Ρα.*

Αλλά για τη διαφορά πίεσης μεταξύ των σημείων Α και Ε ισχύει:

*pΕ-pΑ=ρgh →*

*pΑ=pΕ-ρgh= 105Ρα-1.000∙10∙1Ρα=0,9∙105Ρα*

Όμοια για τα σημεία Ε και Β θα έχουμε:

*pΒ-pΕ=ρg∙2h →*

*pΒ=pΕ+2ρgh=105Ρα + 2∙1.000∙10∙1Ρα=1,2∙105 Ρα*

* 1. Στο σχήμα έχουν σημειωθεί οι δυνάμεις που το νερό ασκεί στις δύο βάσεις του δοχείου. Για τα μέτρα τους έχουμε:

*Fαν=pΑ∙Α1=0,9∙105∙0,4Ν= 3,6∙104Ν*

*Fκατ=pΒ∙Α1= 1,2∙105∙0,4Ν= 4,8∙104 Ν*

Η διαφορά τους έχει μέτρο:

*Fκατ-Fαν=(4,8-3,6)∙104Ν= 12.000 Ν*

Με κατεύθυνση κατακόρυφη προς τα πάνω.

Η παραπάνω διαφορά έχει μέτρο όσο και το βάρος του νερού που περιέχεται στο δοχείο. Πράγματι στο νερό ασκούνται οι κατακόρυφες **αντιδράσεις** των Fαν και Fκατ, από τις δύο βάσεις και το βάρος, όπως έχουν σχεδιαστεί στο διπλανό σχήμα (στο νερό ασκούνται και οριζόντιες δυνάμεις από την παράπλευρη επιφάνεια του δοχείου, αλλά η συνισταμένη τους είναι μηδενική). Από την ισορροπία του νερού παίρνουμε:

*ΣF=0* → $F΄\_{κατ}=F΄\_{aν}+w\rightarrow $

$$w=F΄\_{κατ}-F΄\_{aν}=12.000N$$

Άλλωστε το βάρος του νερού υπολογίζεται ίσο με:

*w=mg=ρ∙V∙g=ρ∙Α1∙3h∙g=1.000∙0,4∙3∙10Ν=12.000Ν*

* 1. Στο κάτω έμβολο, εκτός από τη δύναμη από την ατμόσφαιρα και από το υγρό, για την ισορροπία του εμβόλου, επιβάλλεται να ασκήσουμε και μια επιπλέον οριζόντια δύναμη F1, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα.

*ΣF=0 → Fυγ=Fατμ +F1 → F1= pΔ∙Α-pατμ∙Α →*

Όμως για την πίεση στην αριστερή πλευρά του πλαισίου (σημείο Δ, όπου λόγω μικρού εμβαδού θεωρούμε ότι έχουμε την ίδια πίεση σε κάθε σημείο) έχουμε:

*pΔ-pΕ=ρgh → pΔ=pατμ+ρgh,* οπότε

*F1=(pατμ+ρgh-pατμ)∙Α= ρghΑ=1.000∙10∙1∙5∙10-4Ν=5 Ν*

* 1. Στο σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις σ τα δύο έμβολα. Από την ισορροπία του κάτω εμβόλου παίρνουμε:

*ΣF=0 → Fυγ,Δ=Fατμ +F1΄ →* $p\_{Δ}=p\_{ατμ}+\frac{F\_{1}΄}{A}$(1)

Με την ίδια λογική, για το πάνω έμβολο, θα έχουμε:

*ΣF=0 → Fυγ,Ε=Fατμ +F →* $p\_{Ε}=p\_{ατμ}+\frac{F}{A}$(2)

Ενώ οι πιέσεις στα σημεία Δ και Ε συνδέονται με την σχέση:

*pΔ-pΕ=ρgh* (3)

Με αφαίρεση των (1) και (2) και με τη βοήθεια της (3) παίρνουμε:

$ρgh=\frac{F\_{1}΄}{A}-\frac{F}{A}$ *→*

$$F=F\_{1}΄-ρghA=8N-1.000∙10∙1∙5∙10^{-4}N=3N$$

***dmargaris@gmail.com***