**Μαγνητικό πεδίο πεπερασμένου ευθύγραμμου αγωγού**

**Τερλεμές Σπύρος**spyrosssterlemes@gmail.com
24-3-2021

Έστω ένας πεπερασμένος ευθύγραμμος ρευματοφόρος αγωγός (που διαρρέεται από ρεύμα Ι) , μήκους L. Ο αγωγός δημιουργεί στον χώρο του μαγνητικό πεδίο. Αναζητούμε ένα σημείο (οριζοντίως εντός του μήκους του αγωγού) του επιπέδου, που να απέχει καθορισμένη κάθετη απόσταση α από τον αγωγό, και το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο σημείο αυτό, να είναι το μέγιστο δυνατό.

A

α

x

θ

x2

x1

Έστω ένα διαφορικό τμήμα dx του αγωγού που απέχει απόσταση r από το σημείο Α που ψάχνουμε. Έστω ότι το Α απέχει απόσταση α από τον αγωγό. Από τον νόμο του Biot-Savart έχουμε:

(1)

Το πρόσημο της (1) εξαρτάται από την φορά του ρεύματος. Έστω ότι η προβολή του σημείου που αναζητούμε πάνω στον αγωγό, απέχει x1 από το ένα άκρο και x2 από το άλλο άκρο, με x1+x2=L. Η σχέση (1) λοιπόν μετασχηματίζεται στην βαθμωτή:

(2)

Έστω , τότε έχουμε:

(3)

Όμως τα φ1 και φ2 ικανοποιούν τις σχέσεις . Ισχύει όμως γενικά ότι:

(4)

Οπότε για τα φ1 και φ2 έχουμε τελικά ότι:

Έτσι λοιπόν η σχέση (2) γράφεται τώρα:

(6)

Παρατηρούμε ότι όταν ο αγωγός είναι άπειρος, δηλαδή x1 και x2 πηγαίνουν στο άπειρο, τότε η σχέση (6) δίνει την γνωστή σχέση του μη πεπερασμένου ρευματοφόρου αγωγού.

Θέλουμε να βρούμε τα x1 και x2 ώστε η απόλυτη τιμή του Β να είναι μέγιστη. Έχουμε όμως τον δεσμό, x1+x2=L. Οπότε η σχέση (6) γράφεται:

(7)

Προκείμενου να έχουμε τοπικό μέγιστο, παραγωγίζουμε την παρένθεση και εκεί που μηδενίζει είναι το x1 που θέλουμε. Δηλαδή αν η παρένθεση είναι η f(x1) τότε θέλουμε:

(8)

Έτσι θέλουμε:

(9)

Δηλαδή, αν ένα σημείο απέχει μια δεδομένη κάθετη απόσταση α από τον αγωγό, και θέλουμε το σημείο να είναι τέτοιο ώστε το μαγνητικό πεδίο να είναι μέγιστο, η πρώτη σκέψη είναι να πούμε ότι θα είναι στα x1=x2=L/2. Με αλλά λόγια να υφίσταται συμμετρία. Έτσι πηγαίνοντας στην σχέση (6) μπορούμε να βρούμε και το μέτρο του μαγνητικό πεδίο στο σημείο που βρήκαμε:

(10)

Παρατηρούμε ξανά ότι όταν L πηγαίνει στο άπειρο, τότε η σχέση (10) δίνει πάλι την γνωστή σχέση του άπειρου ευθύγραμμου ρευματοφόρου αγωγού. Αυτό γίνεται επειδή το μήκος του αγωγού είναι μη πεπερασμένο, το σημείο Α απέχει ίση απόσταση από την «αρχή» και «τέλος» του αγωγού, άρα μπορεί να εφαρμοστεί η σχέση (10).

Η σχέσεις (9) και (10) όμως δεν εξασφαλίζουν ότι το πεδίο είναι το μέγιστο, γιατί κοιτάξαμε μόνο τι γίνεται εντός του διαστήματος 0<x1<L και όχι στα άκρα.

Όταν x1=0 το μέτρο του πεδίου γίνεται σύμφωνα με την (7):

(12)

Όταν x1=L το μέτρο του πεδίου γίνεται πάλι:

(13)

Τα οποία είναι μικρότερα από το πεδίο στο L/2. Με άλλα λόγια στο κλειστό διάστημα από 0 έως L, τα άκρα είναι ισότιμα και η τιμή του Β σε αυτά είναι μικρότερη από το Β στα L/2. Εφόσον όμως το διάστημα είναι κλειστό, τότε θα περιέχει τόσο μέγιστο στοιχείο όσο και ελάχιστο, και σύμφωνα με τα παραπάνω το μέγιστο (εκεί που μηδενίζει η παράγωγος) είναι στα L/2 και το ελάχιστο στα άκρα. Δηλαδή η γραφική παράσταση του μέτρου του πεδίου μετακινούμενοι οριζοντίως από 0 έως L θα είναι της μορφής: