**1. Κύκλωμα αντιστατών σε εξάεδρο**

Δίνεται η διπλανή διάταξη 12 ομοίων αντιστατών αντίστασης R που βρίσκονται στις ακμές ενός εξαέδρου (π.χ. κύβου).

A. **Να υπολογιστεί η συνολική αντίσταση RΑΘ του διπόλου με άκρα ΑΘ** (Πανελλήνιος Διαγωνισμός Φυσικής 2003 Β’ Λυκείου)



Από τη συμμετρία της συνδεσμολογίας προκύπτει ότι οι κλάδοι ΑΒ, ΑΔ, ΑΖ πρέπει να διαρρέονται από ρεύμα ίσης έντασης Ι1. Το ίδιο ισχύει για τους κλάδους ΗΘ, ΕΘ, ΓΘ. Συνεπώς από τον 1ο κανόνα Kirchhoff για τους κόμβους Α και Θ ισχύει:

 Ι=3Ι1

Επίσης οι κλάδοι ΒΓ και ΒΗ, ΖΕ και ΖΗ, ΔΓ και ΔΕ διαρρέονται από ρεύμα ίσης έντασης Ι2. Από τον 1ο κανόνα Kirchhoff για τους κόμβους Β, Δ, Ζ, Ε, Γ, Η ισχύει:

 Ι1=2Ι2

Από τον 2ο κανόνα Kirchhoff για την αγώγιμη διαδρομή ΑΒΓΘ ισχύει:



Λόγω της συμμετρίας του προβλήματος και με δεδομένο ότι οι κλάδοι ΑΒ, ΑΔ, ΑΖ διαρρέονται από ρεύματα ίσης έντασης, τα σημεία Β, Δ και Ζ είναι ισοδυναμικά (VΑΒ=VΑΔ=VΑZ=I1R). Επομένως οι αντίστοιχοι αντιστάτες μπορούν να θεωρηθούν ότι είναι συνδεδεμένοι παράλληλα. Ομοίως οι κλάδοι ΘΓ, ΘΕ, ΘΗ διαρρέονται ρεύματα ίσης έντασης, τα σημεία Γ, Ε και Η είναι ισοδυναμικά (VΘΓ=VΘΕ=VΘΗ=I1R) και οι αντίστοιχοι αντιστάτες μπορούν να θεωρηθούν ότι είναι συνδεδεμένοι παράλληλα. Τέλος οι υπόλοιποι 6 αντιστάτες με άκρα τα παραπάνω σημεία είναι πρακτικά παράλληλα συνδεδεμένοι μεταξύ τους (έχουν πλέον ισοδυναμικά άκρα) και σε σειρά με τους προηγούμενους. Η παραπάνω συνδεσμολογία απλοποιείται στο παρακάτω σχήμα.



B. **Να υπολογιστεί η συνολική αντίσταση RAB του διπόλου με άκρα ΑΒ**.



Από τη συμμετρία της συνδεσμολογίας προκύπτει ότι οι κλάδοι ΑΔ, και ΒΓ διαρρέονται από ρεύμα ίσης έντασης Ι2, οι κλάδοι ΑΖ και ΒΗ διαρρέονται από ρεύμα ίσης έντασης Ι3, οι κλάδοι ΖΕ και ΗΘ διαρρέονται από ρεύμα ίσης έντασης Ι5 και οι κλάδοι ΔΕ και ΘΓ διαρρέονται από ρεύμα ίσης έντασης Ι7. Από τον 1ο κανόνα Kirchhoff για τους κόμβους:

Α, Β ισχύει: Ι=Ι1+Ι2+Ι3 (1)

Ζ, Η ισχύει: Ι3=Ι4+Ι5 (2)

Ε, Θ ισχύει: Ι6=Ι5+Ι7 (3)

Γ, Δ ισχύει: Ι2=Ι8+Ι7 (4)

Από τον 2ο κανόνα Kirchhoff για τους βρόγχους:

ΖΕΘΗΖ ισχύει: Ι5R+I6R+I5R-I4R=0⇔2I5+I6=I4 (5)

ΑΒΓΔΑ ισχύει: Ι2R+I8R+I2R-I1R=0⇔2I2+I8=I1 (6)

ΑΒΗΖΑ ισχύει: Ι3R+I4R+I3R-I1R=0⇔2I3+I4=I1 (7)

ΔΓΘΕΔ ισχύει: Ι7R+I6R+I7R-I8R=0⇔2I7+I6=I8 (8)

 (9)

 (10)

 (11)

 (12)

 (13)

Επομένως από (6), (7): Ι4=Ι8 και από (5), (8): Ι5=Ι7

  (14)

 (15)

 (16)

Οπότε: 

Λόγω της συμμετρίας του προβλήματος και με δεδομένο ότι οι κλάδοι ΑΔ, ΑΖ διαρρέονται ρεύματα ίσης έντασης, τα σημεία Δ και Ζ είναι ισοδυναμικά. Το ίδιο ισχύει και για τους κλάδους ΒΓ και ΒΗ (Γ, Η ισοδυναμικά σημεία) επομένως οι αντίστοιχοι αντιστάτες μπορούν να θεωρηθούν ότι είναι συνδεδεμένοι παράλληλα. Επίσης οι αντιστάτες στους κλάδους ΖΗ και ΔΓ είναι συνδεδεμένοι παράλληλα αφού έχουν κοινά άκρα και διαρρέονται από ρεύματα ίσης έντασης δηλαδή Ι4=Ι8. Αυτό προκύπτει και από τις σχέσεις (6) και (7) με δεδομένο ότι Ι­2=Ι3.

Οι αντιστάτες στους κλάδους ΖΕ και ΔΕ είναι συνδεδεμένοι παράλληλα και διαρρέονται από ρεύματα ίσης έντασης δηλαδή Ι5=Ι7. Αυτό προκύπτει και από τις σχέσεις (5) και (8) με δεδομένο ότι Ι­4=Ι8. Το ίδιο ακριβώς ισχύει για τους αντιστάτες στους κλάδους ΓΘ και ΗΘ. Η παραπάνω συνδεσμολογία απλοποιείται στο διπλανό σχήμα.

 και 

**2. Μετατροπή συνδεσμολογίας τρίγωνο σε αστέρα**

Να υπολογιστούν οι αντιστάτες Rx, Ry, Rz του ισοδύναμου κυκλώματος του αστέρα σε συνάρτηση με τις τιμές των αντιστατών R1, R2, R3 του τριγώνου.



Η συνολική αντίσταση RAB στα άκρα Α και Β του τριγώνου είναι ίση με: 

H αντίστοιχη στα άκρα Α και Β του αστέρα είναι: 

Συνεπώς ισχύει:  (1)

Ομοίως για τα άκρα Β και Γ:  (2)

Ομοίως για τα άκρα A και Γ:  (3)

(1)+(3)-(2):  (1)+(2)-(3): 

 και (2)+(3)-(1): 

**3. Υπολογισμός συνολικής αντίστασης συνδεσμολογίας με άπειρο πλήθος αντιστατών** (1η Διεθνής Ολυμπιάδα Φυσικής 1967)



 (1)

Η R του κλάδου ΓΔ είναι συνδεδεμένη παράλληλα με τις R του κλάδου ΓΕ και την REZ.

  (2)

Και επειδή οι αντιστάτες είναι άπειροι μπορούμε να θεωρήσουμε ότι: 

Επομένως:  (3)



 

**4. Κατανάλωση μέγιστης ισχύος σε ωμικό αντιστάτη**

Ποια πρέπει να είναι η τιμή της αντίστασης του αντιστάτη R ώστε να καταναλώνεται σε αυτόν η μέγιστη δυνατή ισχύς; Ποια η τιμή της μέγιστης ισχύος όταν Ε=20V και r=5Ω;

Νόμος Ohm για κλειστό κύκλωμα:  (1)

και



1oς τρόπος: 

 όταν 

 

Επομένως: 

2oς τρόπος:  (2)

Για να έχει πραγματική λύση το τριώνυμο θα πρέπει:

 

επομένως 

Άρα: 