

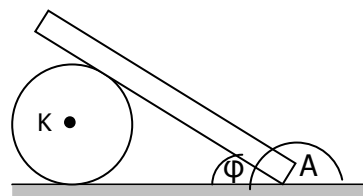
ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΣΤΗΝ ΚΙΝΗΣΗ ΣΤΕΡΕΟΥ ΣΩΜΑΤΟΣ

1^η ΕΦΑΡΜΟΓΗ

Ο τροχός του σχήματος κυλάει χωρίς ολίσθηση πάνω στο οριζόντιο δάπεδο με γωνιακή ταχύτητα $\omega = 0,4 \text{ rad/s}$.

Η ράβδος είναι αρθρωμένη στο σημείο A και εφάπτεται στην περιφέρεια του τροχού. Ποια είναι η γωνιακή ταχύτητα της ράβδου τη στιγμή που σχηματίζει γωνία

$\hat{\varphi} = 60^\circ$ με το οριζόντιο δάπεδο;



ΛΥΣΗ

Ο τροχός εκτελεί κίνηση χωρίς ολίσθηση και η ράβδος στρέφεται περί άξονα που διέρχεται από το σημείο A και είναι κάθετος σε αυτήν. Καθώς ο τροχός περιστρέφεται το εκάστοτε σημείο επαφής Σ της ράβδου με τον τροχό πρέπει να έχει την ίδια ταχύτητα με αυτήν του κέντρου μάζας (K) του τροχού κατά την διεύθυνση της ακτίνας του τροχού που αντιστοιχεί στο σημείο Σ, ώστε η απόσταση τους να παραμένει σταθερή και ίση με την ακτίνα R του τροχού.

Άρα, $V_x = V_\Sigma$, όπου V_x η συνιστώσα της ταχύτητας του κέντρου μάζας u_{cm} κατά την διεύθυνση της KΣ και V_Σ η γραμμική (επιτρόχιος) ταχύτητα του σημείου Σ λόγω της κυκλικής κίνησης που εκτελεί συμμετέχοντας στη στροφική κίνηση της ράβδου.

$$V_x = V_\Sigma \Rightarrow u_{cm} \cdot \eta \mu \varphi = V_\Sigma \Rightarrow \omega_{\text{τρ}} \cdot R \cdot \eta \mu \varphi = V_\Sigma \quad (1)$$

Όπου $\omega_{\text{τρ}} =$ η γωνιακή ταχύτητα του τροχού.

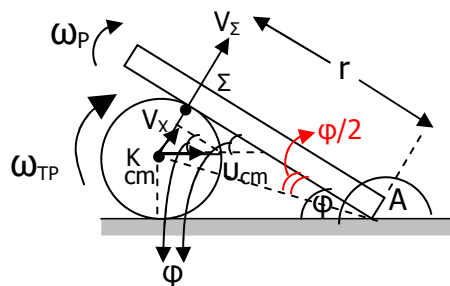
Τα ορθογώνια τρίγωνα $\triangle K\hat{\Sigma}A$ και $\triangle K\hat{\Gamma}A$ είναι ίσα με αποτέλεσμα από το τρίγωνο $\triangle K\hat{\Sigma}A$:

$$\eta \varphi \frac{\varphi}{2} = \frac{R}{r} \Rightarrow r = \frac{R}{\eta \mu \frac{\varphi}{2}} \text{ συν } \frac{\varphi}{2} \text{ όμως, } V_\Sigma = \omega_p \cdot r \text{ όπου } \omega_p \text{ η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής της}$$

ράβδου και $r =$ η ακτίνα της κυκλικής τροχιάς που διαγράφει το Σ με κέντρο το A. Άρα,

$$\frac{V_\Sigma}{\omega_p} = \frac{R}{\eta \mu \frac{\varphi}{2}} \text{ συν } \frac{\varphi}{2} \xRightarrow{(1)} \frac{\omega_{\text{τρ}} \cdot R \cdot \eta \mu \varphi}{\omega_p} = \frac{R}{\eta \mu \frac{\varphi}{2}} \text{ συν } \frac{\varphi}{2} \Rightarrow \omega_{\text{τρ}} \cdot 2 \cdot \eta \mu \frac{\varphi}{2} \cdot \text{συν } \frac{\varphi}{2} \cdot \eta \mu \frac{\varphi}{2} = \omega_p \cdot \text{συν } \frac{\varphi}{2} \Rightarrow$$

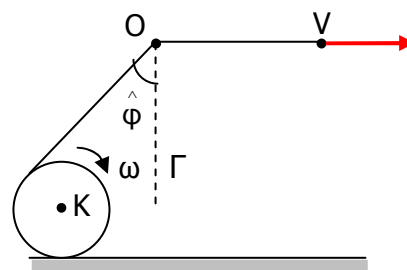
$$\omega_p = 2 \omega_{\text{τρ}} \eta \mu^2 \frac{\varphi}{2} \Rightarrow \omega_p = 2 \cdot 0,4 \cdot \eta \mu^2 30^\circ \Rightarrow \omega_p = 0,2 \text{ rad/s}$$



2^η ΕΦΑΡΜΟΓΗ

Ο κύλινδρος του διπλανού σχήματος έχει στην περιφέρεια του τυλιγμένο ένα λεπτό νήμα, το οποίο διέρχεται από το σταθερό σημείο O στο οποίο υπάρχει ένα καρφί και στη συνέχεια γίνεται οριζόντιο. Τραβάμε το άκρο του νήματος με σταθερή οριζόντια ταχύτητα $V = 0,3 \text{ m/s}$. Ποια η ταχύτητα του κέντρου μάζας K του κυλίνδρου καθώς κυλάει χωρίς να ολισθαίνει και το νήμα που ξετυλίγεται χωρίς να ολισθαίνει σχηματίζει γωνία

$\hat{\varphi} = 30^\circ$ με την κατακόρυφη;



ΛΥΣΗ

Για να παραμένει το νήμα τεντωμένο και να μην σπάσει πρέπει κάθε στιγμή η συνιστώσα της ταχύτητας του σημείου επαφής του Σ με τον τροχό να είναι ίση με την ταχύτητα V του ελεύθερου άκρου του. Άρα, $V_{\Sigma}=V$ (1).

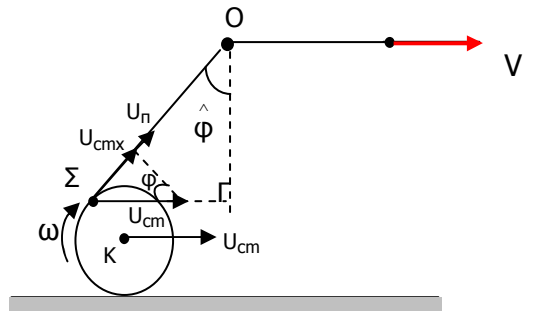
Επειδή το νήμα ξετυλίγεται χωρίς να γλιστράει:

$$V_{\Sigma}=u_n+u_{cmx} \Rightarrow V_{\Sigma}=u_n+u_{cm}\eta\mu\phi \quad (2)$$

Όπου u_n = η γραμμική (περιστροφική) ταχύτητα των σημείων της περιφέρειας του τροχού και u_{cmx} = η συνιστώσα της ταχύτητας του κέντρου μάζας (Κ) τροχού κατά την διεύθυνση του νήματος.

Αλλά ο τροχός εκτελεί κύλιση χωρίς ολίσθηση, άρα $u_n = u_{cm}$ (3).

$$\text{Από (2)} \xrightarrow{(1)} V = u_{cm} + u_{cm}\eta\mu\phi \xrightarrow{(3)} u_{cm} = \frac{V}{1+\eta\mu\phi} \Rightarrow u_{cm} = \frac{0,3}{1+\eta\mu 30^\circ} \Rightarrow u_{cm} = 0,2 \text{ m/s}$$



Ξ. ΣΤΕΡΓΙΑΔΗΣ