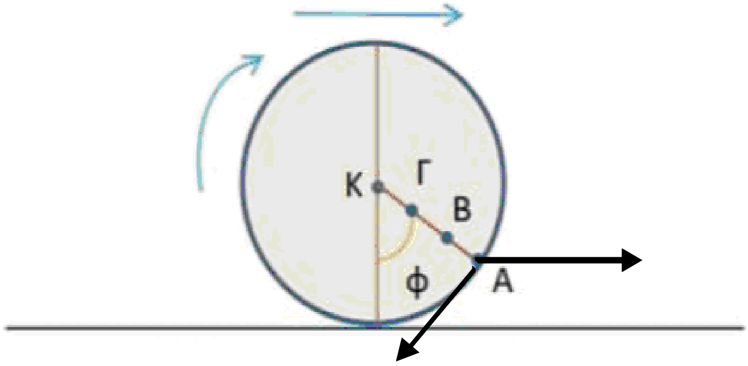
Η ανάρτηση αυτή αφιερώνεται αρχικά στο φίλο από το fb Κώστα Γκιόκα ο οποίος έδωσε τα ερωτήματα α. και β. Στη συνέχεια επειδή μου άρεσε πολύ τη μελέτησα γενικότερα. Ζήτησα την άδειά του να την δημοσιεύσω και μου είπε ότι θα ήταν τιμή του.
Αφιερώνεται λοιπόν και σε όλους τους συναδέλφους, στην αξία του να μοιράζεσαι. Αφιερώνεται και στην επιστήμη μας που πρέπει να υπηρετούμε με σεβασμό και ήθος. Καλή επιτυχία σε όλα τα παιδιά στο δύσκολο αγώνα που έρχεται. Να είμαστε όλοι καλά και να αλληλεπιδρούμε.

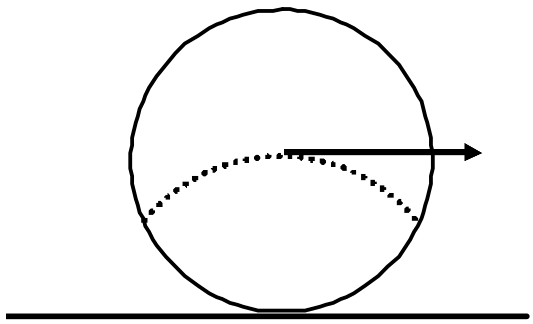
Ομογενής δίσκος ακτίνας R κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο επίπεδο με σταθερή ταχύτητα κέντρου μάζας $υ_{cm}$. Ένα σημείο της περιφέρειας του δίσκου έχει συνολική ταχύτητα λόγω μεταφορικής και στροφικής κίνησης μέτρου $υ_{cm}$.
α. Να βρεθεί που είναι αυτό το σημείο
β. Στην ακτίνα που περνά από αυτό το σημείο δυο σημεία έχουν ταχύτητα μέτρου $υ_{cm}\sqrt{7}/3$.
Να βρεθεί η απόσταση των σημείων αυτών.
γ. Να βρεθεί η θέση των σημείων που έχουν ταχύτητα μέτρου υ
δ. Να βρεθεί η ελάχιστη ταχύτητα που μπορεί να έχει ένα σημείο πάνω στην ακτίνα και η θέση του σημείου αυτού.



Απάντηση:
α. Για το σημείο της περιφέρειας ισχύει

$$υ_Α = \sqrt{υ_{cm}^2 + υ_Π^2 + 2υ_{cm}υ_Π συν(\pi - \phi)}$$

Άρα συνφ =1/2 οπότε φ = 60^0
Παρατήρηση: την έχει κάνει και ο Γιάννης ο Κυριακόπουλος αλλά μου την είχε πει και ο Βαγγέλης Κορφιάτης
Ο γεωμετρικός τόπος των σημείων του δίσκου που έχουν ταχύτητα μέτρου $υ_{cm}$ είναι το τμήμα κύκλου με κέντρο το σημείο επαφής και ακτίνα R (ο διακεκομμένος)



β. Για τα σημεία Β και Γ ισχύει

$$υ_{cm}\sqrt{7}/3 = \sqrt{υ_{cm}^2 + υ_Π^2 + 2υ_{cm}υ_Π συν(\pi - \phi)}$$

Άρα $7υ_{cm}^2 = 9υ_{cm}^2 + 9υ_Π^2 - 9υ_{cm}υ_Π$

$$9υ_Π^2 - 9υ_{cm}υ_Π + 2υ_{cm}^2 = 0$$

$9\omega^2 r^2 - 9\omega^2 Rr + 2\omega^2 R^2 = 0$. Άρα Δ = $9R^2$ οπότε $r_{1,2} = \dfrac{9R \pm 3R}{18}$, r_1 = 2R/3, r_2 = R/3, άρα ΒΓ = Δr = R/3
γ. Ομοίως για σημείο ταχύτητας μέτρου υ το οποίο απέχει χ από το κέντρο:

$$υ^2 = υ_{cm}^2 + \frac{υ_{cm}^2}{R^2}x^2 - 2υ_{cm}\frac{υ_{cm}}{R}x\frac{1}{2}$$

$$υ_{cm}^2 x^2 - Rυ_{cm}^2 x + (υ_{cm}^2 - υ^2)R^2 = 0$$

άρα $Δ = υ_{cm}^2 R^2(4υ^2 - 3υ_{cm}^2)$

άρα $χ_{1,2} = \dfrac{R}{2}\left(\dfrac{υ_{cm} \pm \sqrt{4υ^2 - 3υ_{cm}^2}}{υ_{cm}}\right)$
δ. Η ελάχιστη ταχύτητα θα βρεθεί με μηδενισμό της διακρίνουσας
είναι στη θέση χ = R/2 και ισούται με $υ = \dfrac{\sqrt{3}υ_{cm}}{2}$

παρατήρηση:

Εκείνο που μου έκανε εντύπωση και δεν το ήξερα, είναι ότι τα σημεία της ακτίνας είναι σε ζεύγη με ταχύτητες ίσων μέτρων. Τα άκρα της ακτίνας, δηλαδή το κέντρο του κύκλου και το σημείο της περιφέρειας έχουν τη μεγαλύτερη ($υ_{cm}$). Καθώς πλησιάζουμε προς το κέντρο μικραίνει.