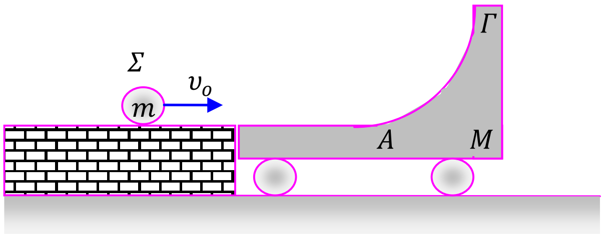
Μηχανικό σύστημα –Ελαστική Κρούση

Η μικρή σφαίρα μάζας $m = 1kg$ κινείται σε οριζόντιο επίπεδο χωρίς τριβές με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_o = 6m/s$. Κάποια στιγμή συνεχίζει την κίνηση της στο βαγόνι μάζας $M = 2kg$ του οποίου το τόξο ΑΓ είναι τεταρτοκύκλιο ακτίνας $R = 0{,}3m$. Τριβές δεν υπάρχουν και τα σώματα είναι τελείως ελαστικά .



Βρείτε:

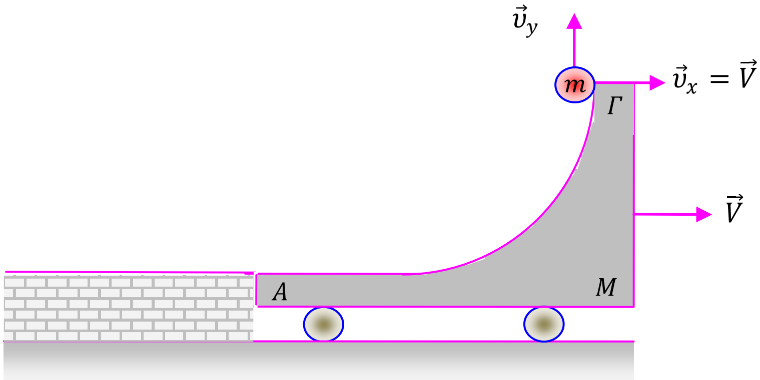
A. Την ελάχιστη κινητική ενέργεια του συστήματος σφαίρα –βαγόνι

B. τις ταχύτητες των σωμάτων μετά τον τελικό αποχωρισμό τους

Λύση

Καθώς η σφαίρα (θεωρείται ως υλικό σημείο) ολισθαίνει πάνω στο πατίνι έχει κάθε στιγμή οριζόντια συνιστώσα ταχύτητας ίση με την ταχύτητα του βαγονιού . Όταν η σφαίρα φτάσει στο ψηλότερο σημείο Γ του βαγονιού το βαγόνι έχει αποκτήσει ταχύτητα V και η σφαίρα έχει ταχύτητα υ με συνιστώσες :

$$\upsilon_x = V \quad \kappa\alpha\iota \quad \upsilon_x$$



Στον άξονα $x'x$ η ορμή διατηρείται:

$$m\upsilon_o = (M+m)V \Rightarrow V = \frac{m}{M+m}\upsilon_o \;\Rightarrow V = \frac{1}{3}6 = 2m/s \;\; (1)$$

Από διατήρηση μηχανικής ενέργειας

$$\frac{1}{2}m\upsilon_o^2 = \frac{1}{2}MV^2 + \frac{1}{2}m\upsilon^2 + mgR \Rightarrow$$

$$m\upsilon_o^2 = 2mV^2 + m\upsilon^2 + 2gR \Rightarrow \upsilon^2 = \upsilon_o^2 - 2V^2 - 2gR \Rightarrow \upsilon^2 = 36 - 8 - 6 \Rightarrow \upsilon = \sqrt{22}m/s$$

$$\upsilon_x^2 + \upsilon_y^2 = 22 \Rightarrow 4 + \upsilon_y^2 = 22 \Rightarrow \upsilon_y^2 = 18 \Rightarrow \upsilon_y = \sqrt{18}m/s$$

Στη συνέχεια το βαγόνι κινείται οριζόντια με ταχύτητα V ενώ η σφαίρα κινείται κατακόρυφα προς τα πάνω για τον παρατηρητή του βαγονιού. Για τον παρατηρητή του εδάφους η σφαίρα μετά την εγκατάλειψη του βαγονιού κάνει οριζόντια βολή με αρχική οριζόντια ταχύτητα ίση με V. Έτσι η σφαίρα θα επιστρέψει και πάλι στο σημείο Γ με κατακόρυφη συνιστώσα ταχύτητας αντίθετη της υ_y $(-\upsilon_y)$

Η κινητική ενέργεια του συστήματος βαγόνι –σφαίρα όταν η σφαίρα είναι στο Γ είναι:

$$K = \frac{1}{2}MV^2 + \frac{1}{2}m\upsilon^2 = \frac{1}{2}MV^2 + \frac{1}{2}m\left(\upsilon_x^2 + \upsilon_y^2\right) \Rightarrow K = \frac{1}{2}MV^2 + \frac{1}{2}mV^2 + \frac{1}{2}m\upsilon_y^2 \Rightarrow$$

$$K = \frac{1}{2}(M+m)V^2 + \frac{1}{2}m\upsilon_y^2$$

Και θα γίνει ελάχιστη όταν $\upsilon_y = 0$

δηλαδή όταν η δυναμική γίνει μέγιστη (όταν το m φτάσει στο μέγιστο ύψος)

$$K_{min} = \frac{1}{2}(M+m)V^2 = \frac{1}{2}3 \cdot 4 = 6j$$

Β. Ο τελικός αποχωρισμός θα γίνει στη θέση Α και τότε τα σώματα έχουν ταχύτητες $\upsilon' \kappa\alpha\iota\, V'$
Από διατήρηση Ορμής:

$$m\upsilon_o + M \cdot 0 = m\upsilon' + MV' \quad (1)$$

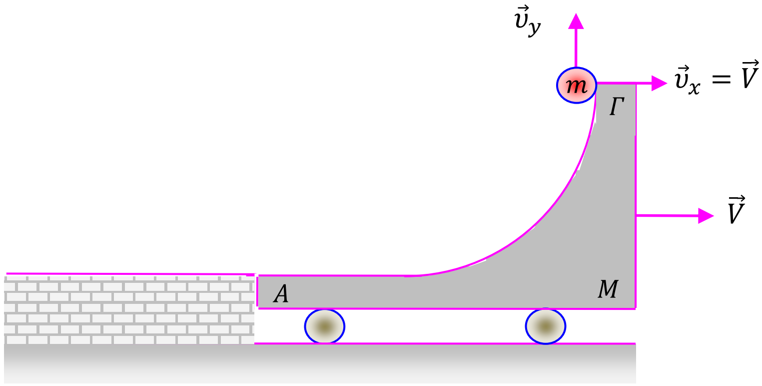
Από διατήρηση μηχανικής ενέργειας :

$$\frac{1}{2}m\upsilon_o^2 + 0 = \frac{1}{2}m\upsilon'^2 \frac{1}{2}MV'^2 \quad (2)$$

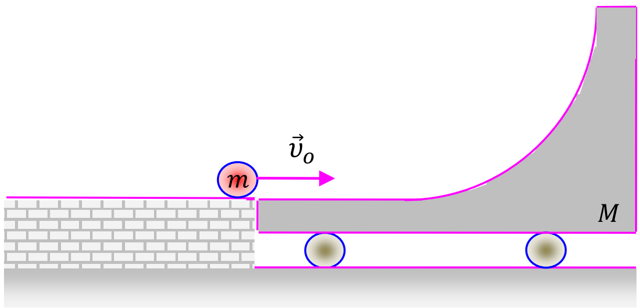
Από την λύση του συστήματος των (1) και (2) καταλήγουμε στους τύπους της ελαστικής κρούσης :

$$\upsilon' = \frac{m - M}{m + M}\upsilon_o$$

$$V' = \frac{2m}{m + M}\upsilon_o$$



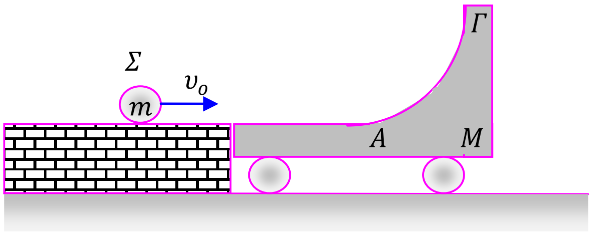
$\vec{v}_y$
m
$\vec{v}_x = \vec{V}$
Γ
$\vec{V}$
A
M



$\vec{v}_o$
m
M

Μηχανικό σύστημα –Ελαστική Κρούση

Η μικρή σφαίρα μάζας $m = 1kg$ κινείται σε οριζόντιο επίπεδο χωρίς τριβές με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_o = 6m/s$. Κάποια στιγμή συνεχίζει την κίνηση της στο πατίνι μάζας $M = 2kg$ του οποίου το τόξο ΑΓ είναι τεταρτοκύκλιο ακτίνας $R = 0{,}3m$. Τριβές δεν υπάρχουν και τα σώματα είναι τελείως ελαστικά .



Βρείτε:

A. Την ελάχιστη κινητική ενέργεια του συστήματος σφαίρα -πατίνι

B. τις ταχύτητες των σωμάτων μετά τον τελικό αποχωρισμό τους