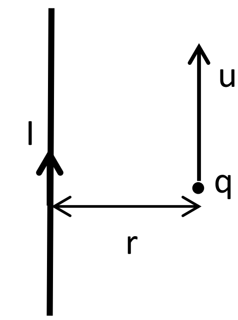
ΕΝΑ+ΕΝΑ – 2021 - ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ - ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΟ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΦΥΣΙΚΗΣ 2021 (ΓΙΑ ΟΛΟΥΣ)

ΘΕΜΑ Α

A_1. Το θετικό φορτίο q κινείται παράλληλα στον ευθύγραμμο ρευματοφόρο αγωγό με ταχύτητα u. Η ένταση του ρεύματος και η ταχύτητα έχουν την ίδια φορά και το φορτίο απέχει r από τον αγωγό.



Στον αγωγό

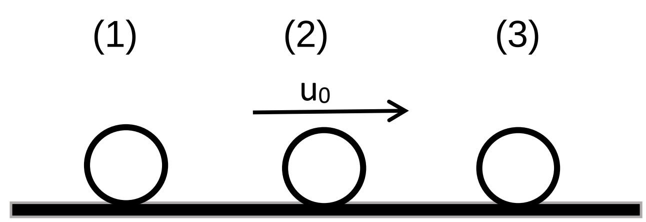
α) Ασκείται δύναμη από το φορτίο προς τα αριστερά.

β) Ασκείται δύναμη από το φορτίο που έχει μέτρο ανάλογο της απόστασης r.

γ) Ασκείται δύναμη από το φορτίο που έχει μέτρο αντιστρόφως ανάλογο του τετραγώνου της απόστασης r.

δ) Ασκείται δύναμη από το φορτίο προς τα δεξιά.

A_2. Οι τρείς ισομεγέθεις σφαίρες βρίσκονται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο και τα κέντρα μάζας τους βρίσκονται πάνω στην ίδια οριζόντια ευθεία. Οι μάζες των σφαιρών (1), (2), (3) είναι 3m, m, 3m αντίστοιχα. Οι σφαίρες είναι αρχικά ακίνητες. Δίνουμε οριζόντια ταχύτητα u_0 στη σφαίρα (2) παράλληλα στην ευθεία που διέρχεται από τα κέντρα μάζας. Τα σώματα συγκρούονται μεταξύ τους ελαστικά μέχρι να αποκτήσουν τελικές ταχύτητες με μέτρα u_1,u_2,u_3 αντίστοιχα. Η σχέση μεταξύ των



μέτρων των ταχυτήτων είναι:

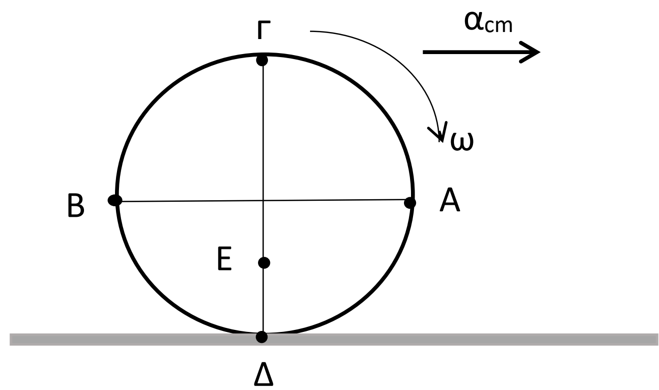
α) $u_1 = u_2 + u_3$

β) $u_3 = 2u_1 + u_2$

γ) $u_3 = u_1 + u_2$

δ) $2u_2 = u_3 + u_1$

A₃ Ο τροχός εκτελεί οριζόντια, επιταχυνόμενη μεταφορική κίνηση με επιτάχυνση α_{cm} και ομαλή στροφική κίνηση. Μια χρονική στιγμή η επιτάχυνση στο σημείο Α που είναι σε ύψος R από το επίπεδο , είναι μηδέν. Τα σημεία Β, Γ, Δ, Ε είναι σε ύψη R, 2R, 0, R/2 από το επίπεδο. Την ίδια χρονική στιγμή τα μέτρα των επιταχύνσεων των σημείων Β, Γ, Δ, Ε είναι:



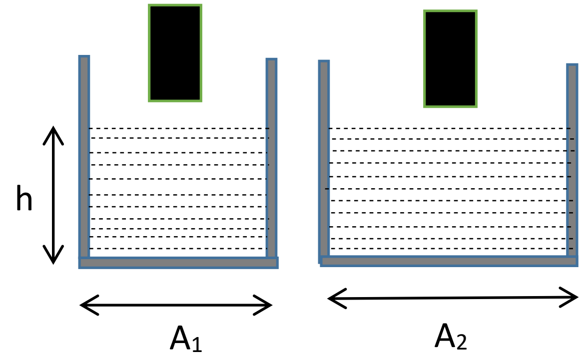
α) $\alpha_B = \alpha_{cm}$

β) $\alpha_\Delta = 0$

γ) $\alpha_\Gamma = 2\alpha_{cm}$

δ) $\alpha_E = \frac{\sqrt{5}}{2}\alpha_{cm}$

A₄ Τα υγρά ίδιας πυκνότητας ισορροπούν στο ίδιο ύψος h στα δοχεία που έχουν εμβαδόν βάσης $A_1 < A_2$. Έξω από τα υγρά κρατάμε δύο ίδιους κυλίνδρους. Βυθίζουμε τους κυλίνδρους αργά μέσα στα υγρά μέχρι να ισορροπήσουν. Αν



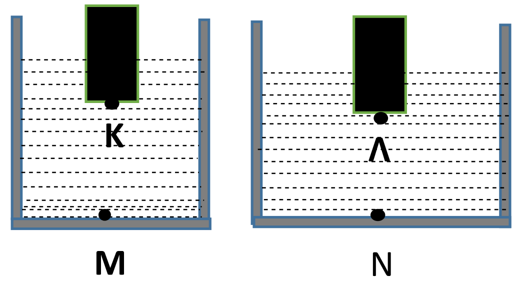
οι πιέσεις στις κάτω βάσεις των κυλίνδρων και στους πυθμένες των δοχείων είναι P_K, $P_Λ$, P_M, P_N αντίστοιχα ισχύει:

α) $P_K < P_Λ$

β) $P_K > P_Λ$

γ) $P_M > P_N$

δ) $P_M < P_N$



A_5

α) Υπάρχουν περιπτώσεις που το επαγωγικό ρεύμα έχει αντίθετη φορά από αυτή που προβλέπει ο κανόνας του Lenz.

β) Το έργο της δύναμης του περιβάλλοντος υγρού, σε υγρό που ρέει σε κατακόρυφο σωλήνα προς τα πάνω μπορεί να είναι αρνητικό.

γ) Η σταθερά ταλάντωσης εξαρτάται από τις ιδιότητες των σταθερών και των μεταβλητών δυνάμεων που ασκούνται στον ταλαντωτή.

δ) Σε κλειστό κυκλικό αγωγό που βρίσκεται κάθετα στις δυναμικές γραμμές ομογενούς μαγνητικού πεδίου μεταβλητής έντασης με αλγεβρική τιμή $B = 2B_0 + B_0συνωt$, δημιουργείται εναλλασσόμενο ρεύμα.

ε) Όταν σε στερεό σώμα που αρχικά ηρεμεί ασκείται ζεύγος δυνάμεων, το κέντρο μάζας του πάντα παραμένει ακίνητο.

ΘΕΜΑ Β

B_1

Ένα σώμα εκτελεί ταυτόχρονα δύο ΑΑΤ με απομακρύνσεις x_1, x_2 γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας στην ίδια διεύθυνση με την ίδια γωνιακή συχνότητα ω. Τα πλάτη των x_1, x_2 είναι A_1, A_2 και της σύνθετης x είναι Α. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ η $x_1 = 0$ και $u_1 > 0$, η $x_2 = A_2\frac{\sqrt{3}}{2}$ και $u_2 < 0$ και η $x = A\frac{\sqrt{3}}{2}$ και $u > 0$.

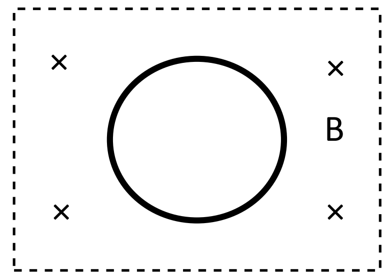
Η σχέση μεταξύ των πλατών είναι:

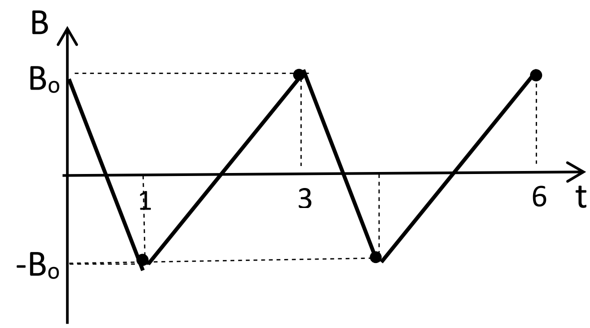
α) $A = A_1 + A_2$ β) $A = A_1 = A_2$ γ) $A = 2A_1 + A_2$

B_2

Ο κυκλικός αγωγός με εμβαδόν Α και και αντίσταση R είναι κάθετος στις δυναμικές γραμμές ομογενούς μαγνητικού πεδίου μεταβλητής έντασης Β σε συνάρτηση με το χρόνο. Η αλγεβρική τιμή της έντασης του μαγνητικού πεδίο δίνεται από το διπλανό διάγραμμα.

Η μέση ισχύς του εναλλασσόμενου ρεύματος στον αγωγό είναι:

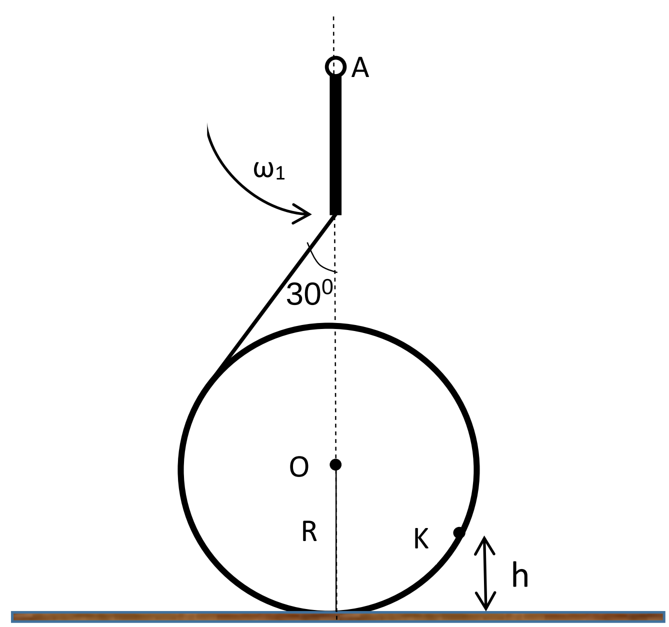




α) $\bar{P} = \frac{B_o^2 A^2}{R}$ β) $\bar{P} = 2\,\frac{B_o^2 A^2}{R}$ γ) $\bar{P} = \frac{B_o^2 A^2}{2R}$

B_3

Το κάτω άκρο της ράβδου μήκους l συνδέεται με λεπτό τεντωμένο νήμα του οποίου το ευθύγραμμο τμήμα σχηματίζει γωνία 30^0 με την κατακόρυφη διεύθυνση και το υπόλοιπο είναι τυλιγμένο στην περιφέρεια τροχού ακτίνας R=l. Η ράβδος στρέφεται γύρω από άξονα που διέρχεται από το άκρο της Α με γωνιακή ταχύτητα ω_1 και ο τροχός κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει στο οριζόντιο επίπεδο. Η ράβδος βρίσκεται στην κατακόρυφη που διέρχεται από το



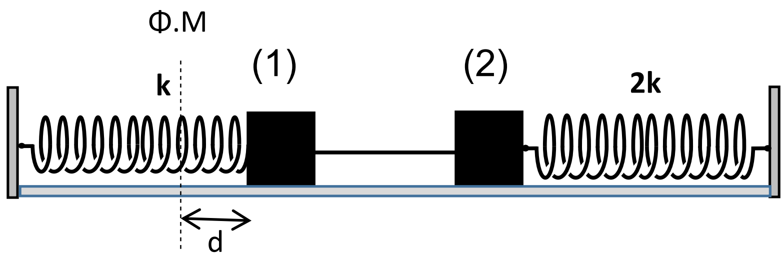
κέντρο του τροχού, τη στιγμή που έχει γωνιακή ταχύτητα ω_1.

Το μέτρο της ταχύτητας του σημείου Κ της περιφέρειας του τροχού που είναι σε ύψος h= R/2 είναι:

α) $u_K = \omega_1 R /3$ β) $u_K = \omega_1 R$ γ) $u_K = \sqrt{3}\omega_1 R /3$

B_4

Τα σώματα (1),(2) έχουν ίσες μάζες, βρίσκονται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο, συνδέονται με τα ελατήρια k,2k και μεταξύ τους συνδέονται με νήμα. Τα άλλα άκρα των ελατηρίων συνδέονται με κατακόρυφα τοιχώματα. Τα σώματα είναι ακίνητα και το ελατήριο με σταθερά k έχει επιμήκυνση d.



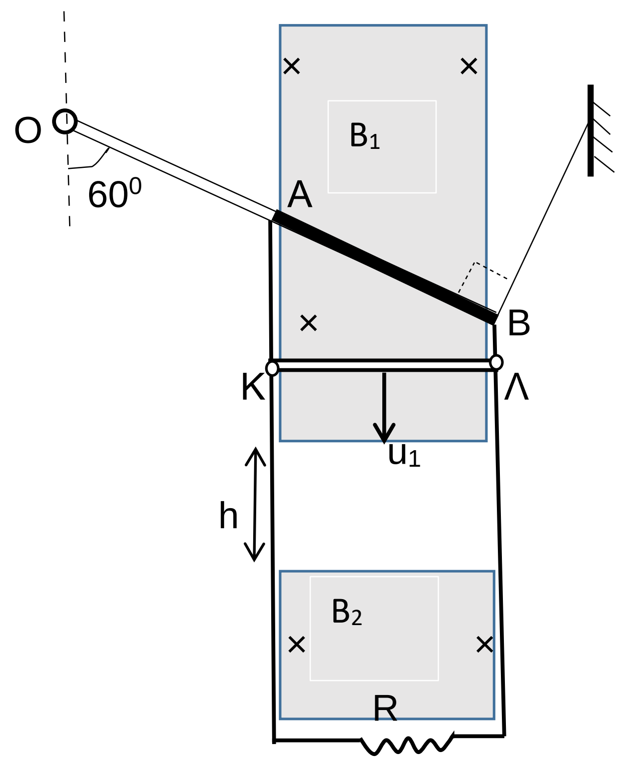
Α. Το μέγιστο πλάτος ταλάντωσης για να εκτελούν ταλάντωση τα σώματα χωρίς να κάμπτεται το νήμα είναι:

α) $A_{max} = d$ β) $A_{max} = 2d$ γ) $A_{max} = d /2$

Β. Να κάνετε τις γραφικές παραστάσεις της τάσης του νήματος στο σώμα (1) και της τάσης του νήματος στο σώμα (2) σε συνάρτηση με την απομάκρυνση , όταν το σύστημα ταλαντώνεται με πλάτος A_{max}. Η θετική φορά είναι προς τα δεξιά.

ΘΕΜΑ Γ

Η ράβδος ΟΒ μήκους $l = 2\frac{\sqrt{3}}{3}$m μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές γύρω από άξονα που διέρχεται από το Ο, κάθετα στο επίπεδο της σελίδας, αποτελείται από δύο ομογενή τμήματα ΟΑ, ΑΒ με μάζες m_1, m_2 αντίστοιχα και το άκρο της Β συνδέεται με μονωτικό νήμα με διεύθυνση κάθετη στη ράβδο. Το άλλο άκρο του νήματος συνδέεται με τοίχο. Ισχύει $m_1 = 3\,m_2$ και ΟΑ=ΑΒ Το ΟΑ αποτελείται από μονωτικό και το ΑΒ από αγώγιμο υλικό με $R_{AB}=6\Omega$ Με τα σημεία Α,Β της ράβδου συνδέονται δύο κατακόρυφα σύρματα αμελητέας μάζας και μηδενικής αντίστασης. Τα κάτω άκρα των συρμάτων συνδέονται με αβαρές σύρμα που έχει αντίσταση $R=3\Omega$. Στην περιοχή της ράβδου και στην περιοχή της αντίστασης υπάρχουν δύο ομογενή μαγνητικά πεδία εντάσεων B_1,B_2, κάθετα στο επίπεδο των συρμάτων, με φορά προς τα μέσα και κενή περιοχή μεταξύ τους ύψους h=0,6m. B_1=4T. Ευθύγραμμος ομογενής αγωγός ΚΛ μάζας $m_{ΚΛ} = m_2 = 0{,}4$Kg μηδενικής αντίστασης έχει μικρούς μεταλλικούς κρίκους στα άκρα του. Οι κρίκοι είναι περασμένοι στα κατακόρυφα σύρματα και ο αγωγός ΚΛ μπορεί να κινείται παραμένοντας στην οριζόντια διεύθυνση , χωρίς τριβές. Ο αγωγός ΚΛ κινείται κατακόρυφα προς τα κάτω στο μαγνητικό πεδίο B_1 με σταθερή ταχύτητα u_1, συνεχίζει στην κενή περιοχή και εισέρχεται τα μαγνητικό πεδίο B_2 με ταχύτητα u_2. Στη συνέχεια κινείται μέσα



στο B_2 με σταθερή ταχύτητα u_2. Όταν ο αγωγός ΚΛ κινείται μέσα στα μαγνητικά πεδία η τάση του νήματος έχει το ίδιο μέτρο T_1. Η ράβδος ΟΒ σχηματίζει γωνία 60^0 με την κατακόρυφη και ισορροπεί κατά τη διάρκεια της κίνησης του αγωγού ΚΛ. Τα μαγνητικά πεδία εκτείνονται μεταξύ των κατακορύφων που διέρχονται από τα άκρα των κρίκων και το B_2 δεν καλύπτει το σύρμα με την αντίσταση R.

Να βρείτε:

α) Το μέτρο της τάσης του νήματος T_1.

β) Τις ταχύτητες u_1 και u_2

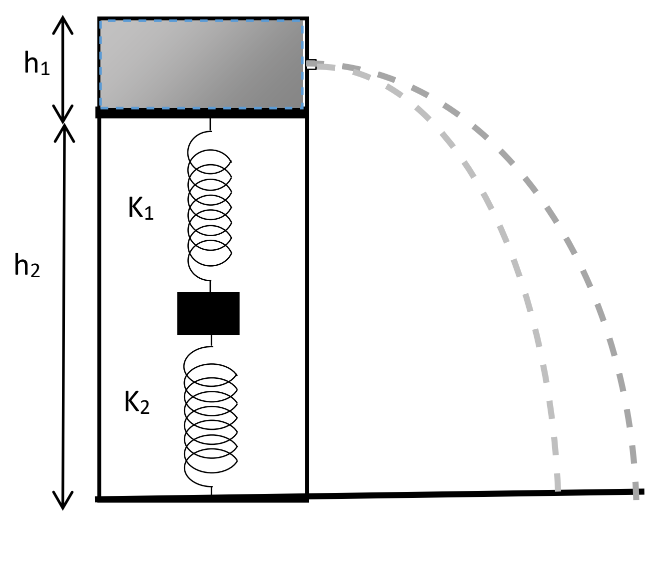
γ) Την τάση του νήματος όταν ο αγωγός ΚΛ κινείται στην κενή περιοχή.

δ) Την ένταση του μαγνητικού πεδίου B_2.

Ο αγωγός ΚΛ μετατοπίζεται στα δύο πεδία και στην κενή περιοχή κατά $\Delta\psi = 2{,}2$ m σε χρόνο $\Delta t = 0{,}8$s.

ε) Να βρείτε τη θερμότητα που εκλύεται στο χρόνο Δt στην αντίσταση R κατά την κίνηση του ΚΛ στο πάνω πεδίο και τη θερμότητα που εκλύεται στο χρόνο Δt στην αντίσταση R_{AB} κατά την κίνηση του ΚΛ στο κάτω πεδίο.

ΘΕΜΑ Δ



Το κλειστό δοχείο στο σχήμα περιέχει νερό και αβαρές έμβολο εμβαδού $A=200\ cm^2$ από κάτω που συνδέεται με το πάνω άκρο του ελατηρίου σταθεράς $K_1=400$ N/m του οποίου το άλλο άκρο συνδέεται με σώμα μάζας m=2Kg. Το σώμα συνδέεται με το πάνω άκρο ελατηρίου $K_2=400$N/m και το κάτω άκρο του συνδέεται με το δάπεδο. Τα πλευρικά τοιχώματα του δοχείου φτάνουν στο δάπεδο. Το ύψος του δοχείου που περιέχει νερό είναι $h_1=0{,}2$m και το ύψος του εμβόλου από το δάπεδο είναι h_2=0,7m. Στο μέσο του ύψους h_1 υπάρχει μια μικρή τρύπα με τάπα. Στην επιφάνεια του δοχείου που είναι από πάνω ασκείται πίεση από το νερό $P=2 \cdot 10^3$ Pa. Το πείραμα γίνεται μέσα σε δωμάτιο χωρίς ατμοσφαιρικό αέρα. Δεν υπάρχουν τριβές ούτε διαρροές νερού, στις επαφές του εμβόλου με τα τοιχώματα του δοχείου. Τα πλευρικά τοιχώματα του δοχείου συνδέονται σταθερά με το δάπεδο Όλα τα σώματα ισορροπούν.

Α. Να βρείτε:

A_1. Τις παραμορφώσεις των ελατηρίων.

A_2. Το μέγιστο πλάτος ταλάντωσης του σώματος για να παραμένουν σε ισορροπία το έμβολο και το νερό.

Β. Κατεβάζουμε το σώμα κατά A_{max} από τη Θ.Ι. και τη χρονική στιγμή t=0 το αφήνουμε ελεύθερο. Η θετική φορά είναι προς τα πάνω.

Να βρείτε:

B_1. Την εξίσωση της απομάκρυνσης της ταλάντωσης του σώματος.

B_2. Τη εξίσωση της αλγεβρικής τιμής της δύναμης του ελατηρίου K_2 σε συνάρτηση με την απομάκρυνση και να κάνετε την αντίστοιχη γραφική παράσταση.

Γ. Την χρονική στιγμή t=0 βγάζουμε την τάπα.

Να βρείτε:

$Γ_1$. Τις χρονικές στιγμές που το βεληνεκές είναι ελάχιστο και τις χρονικές στιγμές που το βεληνεκές είναι μέγιστο.

$Γ_2$. Ποιο είναι το μήκος της γραμμής του δαπέδου που βρέχεται κατά τη διάρκεια μιας ταλάντωσης;

Δίνονται: $g=10\ m/s^2$, $\rho_v=10^3\ Kg/m^3$ Να ληφθεί $\sqrt{10}$ =3,2

ΠΑΝΑΝΑΣ ΓΙΑΝΝΗΣ

2ο ΛΥΚΕΙΟ ΠΑΛΛΗΝΗΣ

pananasgiannis@yahoo.gr

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΟ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΦΥΣΙΚΗΣ 2021 (ΓΙΑ ΟΛΟΥΣ)

ΘΕΜΑ Α

A_1. δ

A_2. γ ($u_3=u_0/2$, $u_1=u_2=u_0/4$: $u_3 = u_1 + u_2$)

A_3. δ ($\alpha_{cm}=\omega^2 R$: $\alpha_B = 2\alpha_{cm}$, $\alpha_\Delta = \sqrt{2}\alpha_{cm}$,$\alpha_\Gamma = \sqrt{2}\alpha_{cm}$, $\alpha_E = \frac{\sqrt{5}}{2}\alpha_{cm}$)

A_4. γ ($P_M = \rho g h + \frac{W}{A1}$, $P_N = \rho g h + \frac{W}{A2}$ όμως $\frac{W}{A1} > \frac{W}{A2}$ ….)

A_5. α) Λ β) Σ γ) Λ δ) Σ ε) Λ

ΘΕΜΑ Β

B_1.

Οι εξισώσεις των απομακρύνσεων των x_1,x_2,x είναι :

$x_1 = A_1 ημ(\omega t + \varphi_{01})$

$x_2 = A_2 ημ(\omega t + \varphi_{02})$

$x = A ημ(\omega t + \varphi_0)$

Για t=0 η $x_1=0$ και u>0 : $ημ\varphi_{01}=0$ και $συν\varphi_{01}>0$ άρα $\varphi_{01}=0$

Για t=0 η $x_2=\frac{\sqrt{3}}{2} A_2$ και u<0 : $ημ\varphi_{01} =\frac{\sqrt{3}}{2}$ και $συν\varphi_{01}<0$ άρα $\varphi_{01}=2\pi/3$

Για t=0 η $x=\frac{\sqrt{3}}{2} A$ και u>0 : $ημ\varphi_{01} =\frac{\sqrt{3}}{2}$ και $συν\varphi_{01}>0$ άρα $\varphi_{01}=\pi/3$

Οι εξισώσεις γίνονται:

$x_1 = A_1 ημ\omega t$

$x_2 = A_2 ημ(\omega t + 2\pi/3)$

$x = A ημ(\omega t + \pi/3)$

Το πλάτος της x είναι : $A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 συν2\pi/3$ => $A^2 = A_1^2 + A_2^2 - A_1A_2$ (1)

Η εφαπτομένη της αρχικής φάσης της x είναι: $εφ\pi/3 = A_2 ημ\frac{2\pi}{3} /(A_1 +A_2 συν\frac{2\pi}{3})$ =>

$\sqrt{3}= A_2 \frac{\sqrt{3}}{2} / [A_1+ A_2 (-\frac{1}{2})]$ => $A_1 – A_2/2 = A_2 /2$ => $A_1=A_2$ (2)

(1) λόγω (2) => $A^2 = A_1^2 + A_1^2 - A_1A_1$ => $A^2 = A_1^2 + A_1^2 - A_1^2$ => $A^2 = A_1^2$ =>

$A = A_1$ Άρα $A = A_1 = A_2$ Σωστό το β

B₂.

Στο χρονικό διάστημα 0-1s η επαγωγική τάση είναι : $E_1 = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\frac{-BoA-BoA}{1} = 2B_0A$ και η ένταση του ρεύματος είναι $I_1 = \frac{E1}{R} = 2B_0A/R$

Στο χρονικό διάστημα 1s-3s η επαγωγική τάση είναι : $E_2 = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\frac{BoA+BoA}{2} = -B_0A$ και η ένταση του ρεύματος είναι $I_2 = \frac{E2}{R} = -B_0A/R$

Η περίοδος του εναλλασσόμενου ρεύματος είναι T= 3s.

Η θερμότητα σε μια περίοδο στον αγωγό είναι: $Q_T = I_1^2R\Delta t_1 + I_2^2R\Delta t_2$ =>

$Q_T = \frac{4B_o^2\ A^2}{R^2}R\Delta t_1 + \frac{B_o^2\ A^2}{R^2}R\Delta t_2$ => $Q_T = \frac{4B_o^2\ A^2}{R} + 2\frac{B_o^2\ A^2}{R}$ => $Q_T = 6\frac{B_o^2\ A^2}{R}$ (1)

Η Θερμότητα σε κύκλωμα με αντίσταση R , για χρόνο Τ που διαρρέεται από συνεχές ρεύμα έντασης $I_\Sigma = I_{εν.}$ είναι:

$Q'_T = I_{εν.}^2R\ T$ => $Q'_T = I_{εν.}^2R\ 3$ (2)

Από τον ορισμό της ενεργού έντασης ισχύει: $Q_T = Q'_T$ (3)

Από τις σχέσεις (1),(2),(3) => $6\frac{B_o^2\ A^2}{R} = I_{εν.}^2R\ 3$ => $I_{εν.}^2R = 2\frac{B_o^2\ A^2}{R}$ (4)

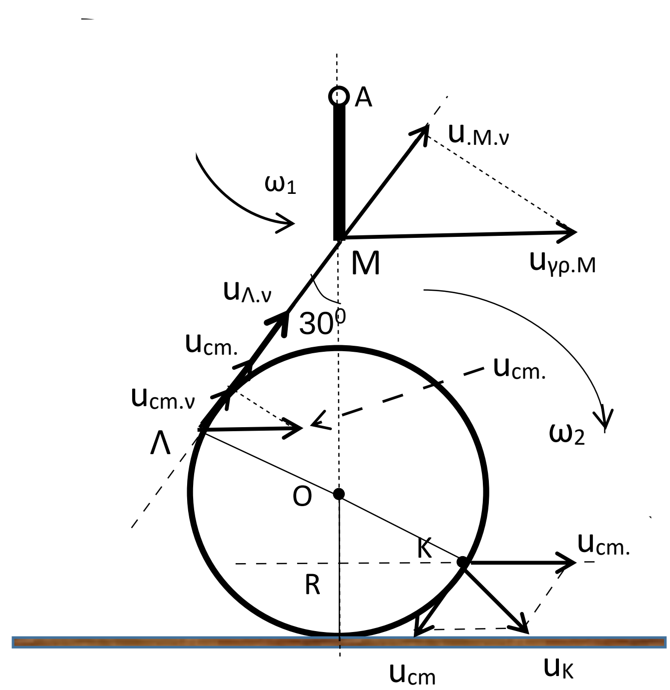
Η μέση ισχύς είναι $\bar{P} = I_{εν.}^2R$ και λόγω της (4) $\bar{P} = \ = 2\frac{B_o^2\ A^2}{R}$ Σωστό το β

B₃

Η γραμμική ταχύτητα του άκρου Μ της ράβδου είναι $u_{γρ.M} = \omega_1 l = \omega_1 R$. Αναλύουμε τη $u_{γρ.M}$ στη διεύθυνση του νήματος: $u_{M.ν} = \omega_1 R συν60^0$ =>

$u_{M.ν} = \omega_1 R/2$. (1)

Το σημείο Λ είναι το σημείο επαφής του νήματος με τον τροχό. Η ταχύτητα του Λ λόγω της κύλισης του τροχού είναι η συνισταμένη των u_{cm} και $u_{γρ.Λ} = \omega_2 R$. Αναλύουμε την u_{cm} στην



διεύθυνση του νήματος. Από το σχήμα η γωνία μεταξύ του νήματος και της οριζόντιας διεύθυνσης είναι 60^0. Επομένως $u_{cm.v} = u_{cm}$ συν60^0 => $u_{cm.v} = u_{cm}/2$ και επειδή η γωνιακή ταχύτητα του τροχού είναι ω_2 : $u_{cm.v} = \omega_2 R/2$.

Η ταχύτητα του σημείου Λ στην διεύθυνση του νήματος είναι :

$u_{\Lambda.v} = u_{cm} + u_{cm}/2 = \omega_2 R + \omega_2 R/2 = 3\omega_2 R/2$ (2)

Οι ταχύτητες $u_{M.v}$ και $u_{\Lambda v}$ είναι ίσες: Από τις σχέσεις (1), (2) έχουμε:

$u_{M.v} = u_{\Lambda.v}$ => $\omega_1 R/2 = 3\omega_2 R/2$ => $\omega_1 = 3\omega_2$ => $\omega_2 = \omega_1/3$ (3)

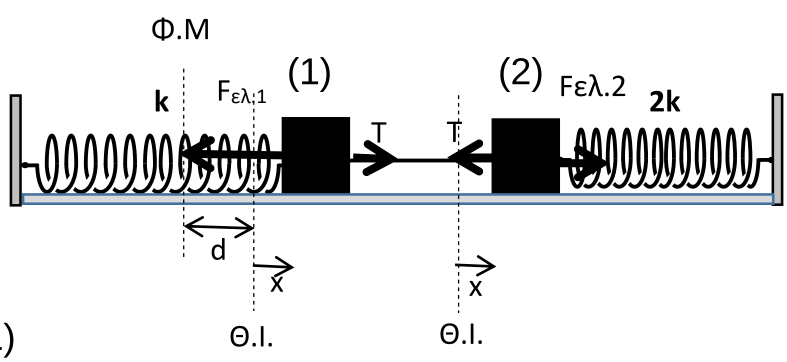
Στο σημείο Κ από το σχήμα η u_{cm} και η $u_{\gamma\rho.K} = u_{cm}$, σχηματίζουν γωνία 120^0. Με τον κανόνα του παραλληλογράμμου σχηματίζεται ρόμβος που έχει αμβλεία γωνία 120^0. Τα τρίγωνα που σχηματίζονται στον ρόμβο είναι ισόπλευρα και ίσα. Άρα η διαγώνιος u_K είναι $u_K = u_{cm}$.

Αλλά $u_{cm} = \omega_2 R$ και με την (3) $u_K = u_{cm} = \omega_1 R/3$ Σωστό το α

B₄

A.

Θεωρούμε τα σώματα σε μία τυχαία απομάκρυνση x. Η συνισταμένη δύναμη στο σώμα (1) είναι:



$\Sigma F_1 = -\frac{m3k}{2m}x$ => $T - k(d+x) = -\frac{3k}{2}x$

=> $T = k(d+x) - \frac{3k}{2}x$ => $T = kd - \frac{k}{2}x$ (1)

Η συνισταμένη δύναμη στο σώμα (2) είναι:

$\Sigma F_2 = -\frac{m3k}{2m}x$ => $T + 2k(\Delta l_2 - x) = -\frac{3k}{2}x$ => $T = -2k(\Delta l_2 - x) - \frac{3k}{2}x$ =>

=> $T = -2k\Delta l_2 + 2kx - \frac{3k}{2}x$ => $T = -2k\Delta l_2 + \frac{k}{2}x$ (2)

Από την αρχική ισορροπία των σωμάτων: $T = kd = 2k\Delta l_2$ => $\Delta l_2 = d/2$ (3)

(2), (3) => $T = -kd + \frac{k}{2}x$ (4)

Το μέγιστο πλάτος θα αντιστοιχεί στη μέγιστη απομάκρυνση για να είναι στο σώμα

(1) $T \geq 0$ ή στο σώμα (2) $T \leq 0$

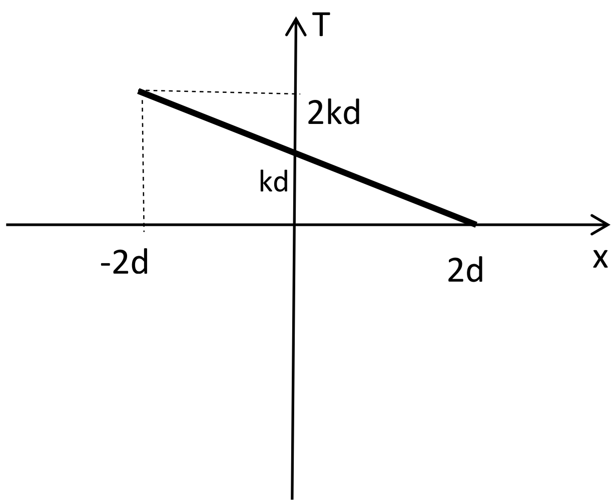
$T \geq 0$ => $kd - \frac{k}{2}x \geq 0$ => $x \leq 2d$ => $x_{max} = 2d$ Άρα $A_{max} = 2d$ Σωστό το β.

B. Η γραφική παράσταση της $T = kd - \frac{k}{2}x$

Για x= 2d -> T=0

x= 0 -> T=kd

x= -2d -> T=2kd

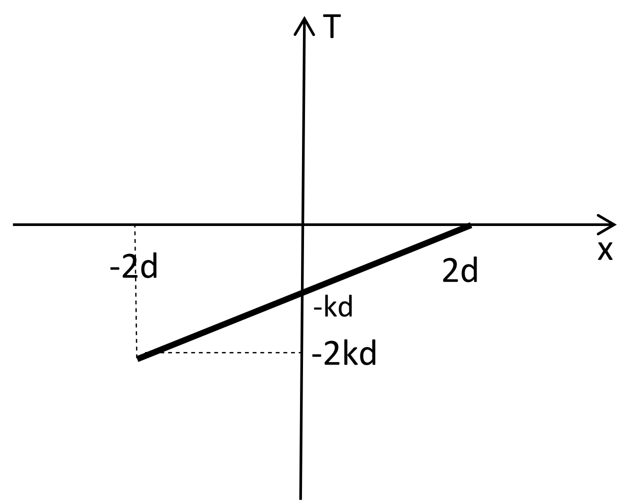


Η γραφική παράσταση της $T = -kd + \frac{k}{2}x$

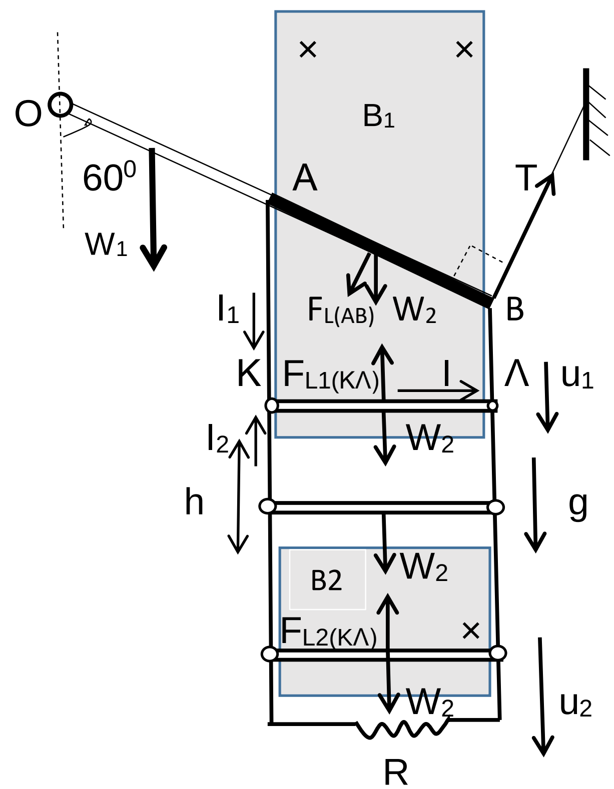
Για x= 2d -> T=0

x= 0 -> T=-kd

x= -2d -> T=-2kd



ΘΕΜΑ Γ



α) Όταν ο αγωγός ΚΛ κινείται στο πεδίο B_1 με σταθερή ταχύτητα προς τα κάτω, η συνισταμένη δύναμη είναι μηδέν και η δύναμη Laplace είναι προς τα πάνω.

$\Sigma F_{(KΛ)} = 0$ => $F_{1(KΛ)} = W_2$

=> $F_{1(KΛ)} = m_2 g$ => $F_{L1(KΛ)} = 4N$ (1)

Σύμφωνα με τον κανόνα του Lenz η φορά της έντασης του ρεύματος είναι από το Λ στο Κ του ΚΛ.

Από το τρίγωνο Α (Β≡Λ) Κ

ΚΛ = ΑΒσυν30^0 => ΚΛ = $\frac{\sqrt{3}}{3}\,\frac{\sqrt{3}}{2}$ =0,5m

(1) => B_1 I ΚΛ = 4 => 4 I 0,5 = 4 => I = 2A

Στο τμήμα ΑΒ η δύναμη Laplace $F_{L(AB)}$ είναι κάθετη στη ράβδο και έχει μέτρο $F_{L(AB)} = B_1 I_1 AB$ όμως $I = I_1 + I_2$ και $I_1 = E_{επ(KΛ)}/R_{AB}$, $I_2 = E_{επ(KΛ)}/R$ ή $I_1 = E_{επ(KΛ)}/6$, $I_2 = E_{επ(KΛ)}/3$ άρα $I_2 = 2I_1$ και $I = 3I_1$ => $I_1 = I/3 = \frac{2}{3}$ A

Επομένως $F_{L(AB)} = 8\,\frac{\sqrt{3}}{9}$ N

Λόγω ισορροπίας της ράβδου το άθροισμα των ροπών ως προς το σημείο Ο είναι μηδέν.

$\Sigma\tau_{(o)} = 0$ => $T_1\,OB - W_1 OB\sqrt{3}/8 - W_2 3\sqrt{3}OB/8 - F_{L(AB)}\,3\,OB/4 = 0$ =>

$T_1 = 4\sqrt{3}/8 + 36\sqrt{3}/8 + 2\sqrt{3}/3$ => $T_1 = 17\sqrt{3}/3$ N

β) Όταν ο αγωγός ΚΛ κινείται στο πεδίο B_1 η ένταση του ρεύματος είναι I=2A .

$I = E_{1επ.(KΛ)} / R_{ολ.}$ όμως $1/R_{ολ.} = 1/R + 1/R_{AB}$ => $1/R_{ολ.} = 1/3 + 1/6$ =>

$R_{ολ.} = 2Ω$ Άρα $E_{1επ.(ΚΛ)} = 4$ V

Από τη σχέση $E_{1επ.(ΚΛ)} = B_1\, u_1\, l$ => $4=4\, u_1\, 0,5$ => $u_1 = 2$ m/s

Εφαρμόζουμε την ΑΔΜΕ κατά την κίνηση του ΚΛ από το τέλος του πάνω πεδίου μέχρι την αρχή του κάτω πεδίου (κενή περιοχή).

$mu_1^2/2 + mgh = mu_2^2/2$ => $u_1^2 + 2gh = u_2^2$ => $u_2^2 = 2^2 + 2 \cdot 6$ => $u_2 = 4$ m/s

γ) Όταν ο ΚΛ κινείται στη κενή περιοχή δεν ασκείται δύναμη Laplace.

Το άθροισμα των ροπών, ως προς το σημείο Ο είναι μηδέν.

$Στ_{(ο)} = 0$ => $T_1\, OB – W_1 OB\sqrt{3}/8 – W_2 3\sqrt{3}OB/8 = 0$ =>

$T_1 = 4\sqrt{3}/8 + 36\sqrt{3}/8$ => $T_1 = 5\sqrt{3}$ N

δ) Επειδή κατά την κίνηση του ΚΛ στα δύο πεδία το μέτρο της τάσης του νήματος έχει την ίδια τιμή και την ίδια κατεύθυνση , το μέτρο και η κατεύθυνση της $F_{L(AB)}$ επίσης δεν αλλάζουν. Άρα οι εντάσεις των ρευμάτων στους αγωγούς ΑΒ, ΚΛ δεν αλλάζουν.

Επομένως : $I = E_{2.επ(ΚΛ)}/R_{ολ.}$ => $E_{2.επ(ΚΛ)} = 4V$ => $B_2\, u_2\, l = 4$ => $B_2 = 2T$

ε) Έστω ότι ο ΚΛ μετατοπίζεται στο B_1 κατά $χ_1$ σε χρόνο t_1 και στο B_2 κατά $χ_2$ σε χρόνο t_2.

$χ_1 + χ_2 + h = 2,2$ => $χ_1 + χ_2 = 2,2 - 0,6$ => $χ_1 + χ_2 = 1,6m$ (1)

$t_1 + t_2 + t_{(h)} = 0,8$ όμως $u_2 = u_1 + gt_{(h)}$ => $4 = 2 + 10t_{(h)}$ => $10t_{(h)} = 2$

=> $t_{(h)} = 0,2$ s Άρα $t_1 + t_2 = 0,6s$ 2)

(1) => $u_1 t_1 + u_2 t_2 = 1,6$ => $2t_1 + 4t_2 = 1,6$ και με τη (2) =>

$2(0,6-t_2) + 4t_2 = 1,6$ => $1,2 – 2t_2 + 4t_2 = 1,6$ => $2t_2 = 0,4$ => $t_2 = 0,2s$

Άρα $t_2 = 0,2s$ και λόγω της (2) $t_1 = 0,4s$ (3)

Η ένταση του ρεύματος στην αντίσταση R είναι: $I_2 = 2I/3 = 4/3$ A και η ένταση του ρεύματος στην αντίσταση R_{AB} είναι $I_1 = 2/3A$

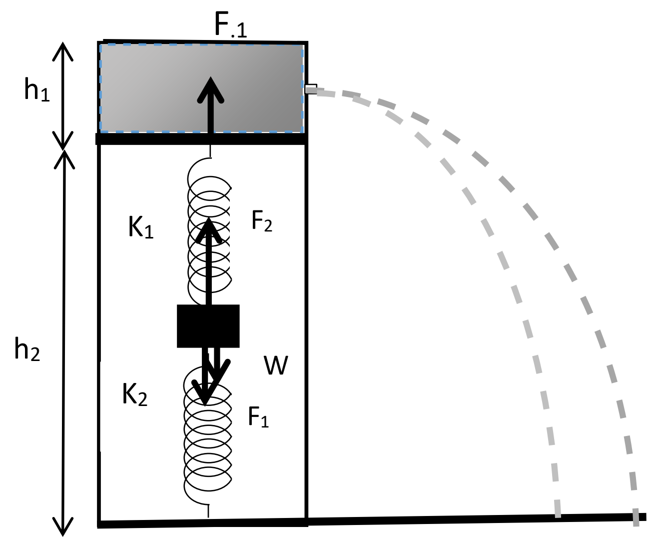
Η θερμότητα στη R όταν ο ΚΛ κινείται στο πάνω πεδίο είναι: $Q_1 = I_2^2 R t_1 = 32/15$ J

Η θερμότητα στη R_{AB} όταν ο ΚΛ κινείται στο κάτω πεδίο είναι: $Q_2 = I_1^2 R t_2 = 8/15$ J

ΘΕΜΑ Δ

A_1

Στο έμβολο από κάτω ασκείται η δύναμη του ελατηρίου K_1 προς τα πάνω.



Η πίεση που ασκεί το έμβολο στο νερό είναι:

$P_{(\varepsilon\text{->}\nu)} = \frac{F1}{A}$ (1)

Από την ισορροπία του νερού μεταξύ εμβόλου-πάνω επιφάνειας το δοχείου ισχύει:

$P_{(\varepsilon\text{->}\nu)} = P + \rho g h = 2 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^3 = 4 \cdot 10^3$ Pa (2)

(1),(2) => $\frac{F1}{A} = 4 \cdot 10^3$ => $F_1 = 4 \cdot 10^3$ A

=> $F_1 = 4 \cdot 10^3 \cdot 200 \cdot 10^{-4}$ => $F_1 = 80N$ όμως $F_1 = K_1\, \Delta l_1$

Άρα $80 = 400\, \Delta l_1$ => $\Delta l_1 = 0{,}2$ m

Στο σώμα m ασκούνται οι δυνάμεις το βάρος W= 20N, η δύναμη από το ελατήριο K_1 προς τα κάτω F_1 = 80N και η δύναμη από το ελατήριο K_2 προς τα πάνω F_2.

Το m ισορροπεί: $\Sigma F = 0$ => $W + F_1 = F_2$ => $F_2 = 100N$ όμως $F_2 = K_2 \Delta l_2$

Άρα $100 = 400\, \Delta l_2$ => $\Delta l_2 = 0{,}25$ m

A_2) Κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης του m, η ελάχιστη συσπείρωση του ελατηρίου K_1 αντιστοιχεί στην ελάχιστη δύναμη που ασκεί το ελατήριο στο έμβολο , για να ισορροπεί το σύστημα έμβολο-νερό. Η ελάχιστη δύναμη είναι ίση με το βάρος του νερού.

$W_v = m_v g = \rho_v V_v g = 10^3 \cdot 0{,}2 \cdot 200 \cdot 10^{-4} = 40N$

Άρα $F_{1.min} = W_v$ => $K_1\, \Delta l_{min} = 40$ => $400\, \Delta l_{min} = 40$ => $\Delta l_{min} = 0{,}1m$

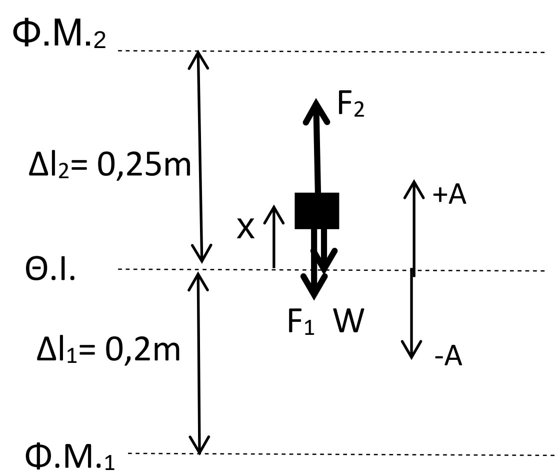
Το μέγιστο πλάτος ταλάντωσης είναι διαφορά μεταξύ αρχικής συσπείρωσης του K_1 στη θέση ισορροπίας του m και της ελάχιστης συσπείρωσής του.

$A_{max} = \Delta l_1 - \Delta l_{min} = 0,2 - 0,1 \quad => \quad A_{max} = 0,1m$

B_1) Η εξίσωση της απομάκρυνσης του m είναι:

$x = A\eta\mu(\omega t + \varphi_0)$ αλλά A=0,1m, $\omega = \sqrt{\frac{K1+K2}{m}}$ = 20 rad/s και για t=0 η x=-A άρα $\varphi_0 = 3\pi/2$. Οπότε: $x = 0,1\eta\mu(20t + 3\pi/2)$ (S. I.)

B_2) Θεωρούμε το m σε μία τυχαία θέση x στα θετικά.



1ος τρόπος.

Από το σχήμα η συσπείρωση $\Delta l_2 = 0,25 - x$ και η δύναμη F_2 είναι: $F_2 = K_2(0,25 - x) =>$

$F_2 = 400(0,25 - x) =>$

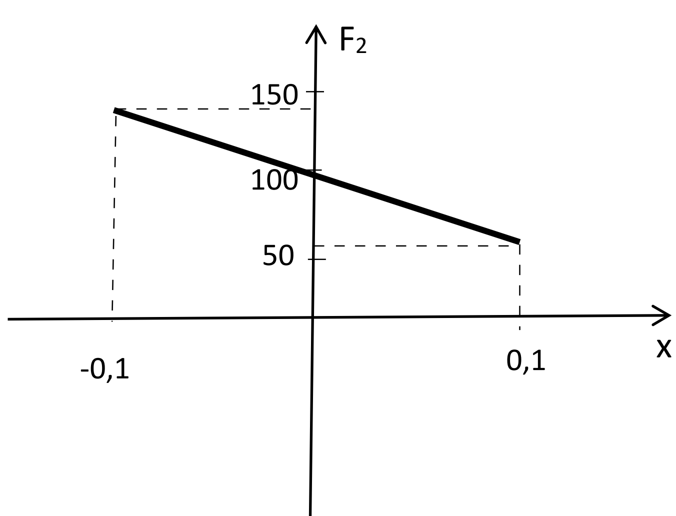
$F_2 = 100 - 400x$

2ος τρόπος

Εφαρμόζουμε τη σχέση : $F_{\varepsilon\pi.} = \Sigma F = -Dx \quad => \quad F_2 - F_1 - W = -Dx \quad =>$

$F_2 - K_1(0,2+x) - W = -Dx \quad => \quad F_2 - 400(0,2+x) - 20 = -800x \quad =>$

$F_2 = 100 - 400x$



Για x=0,1m , F_2= 60 N

x= -0,1m , F_2=120 N

x=0 , F_2= 100N

$Γ_1$) Η φλέβα θα έχει το μέγιστο και το ελάχιστο βεληνεκές όταν η ταχύτητα εκροής του νερού από την τρύπα είναι η μέγιστη και η ελάχιστη αντίστοιχα.

Εφαρμόζουμε το νόμο του Bernoulli για μια ρευματική γραμμή του νερού από ένα σημείο επαφής του με το έμβολο μέχρι την τρύπα. Θεωρούμε την ταχύτητα του εμβόλου ίση με μηδέν.

$P_{εμ.} = P_{τρ.} + ρgh + \frac{1}{2}ρu^2$ => $\frac{F1}{A} = 0 + ρgh + \frac{1}{2}ρu^2$ => $\frac{F1}{A} = 10^3 + \frac{1}{2}ρu^2$ (1)

Σύμφωνα με την (1) η μέγιστη και η ελάχιστη ταχύτητα εκροής του νερού αντιστοιχεί στη μέγιστη και την ελάχιστη δύναμη του ελατηρίου K_1 στο έμβολο.

Από την ταλάντωση του m η μέγιστη συσπείρωση του ελατηρίου K_1 είναι:

$Δl_{1.max} = Δl_1 + A = 0,2 + 0,1 = 0,3m$ και η αντίστοιχη $F_{1.max} = 400 \cdot 0,3 = 120N$ (2)

και η ελάχιστη συσπείρωση του ελατηρίου K_1 είναι:

$Δl_{1.min} = Δl_1 - A = 0,2 - 0,1 = 0,1m$ και η αντίστοιχη $F_{1.min} = 400 \cdot 0,1 = 40N$ (3)

Κάθε χρονική στιγμή που το βεληνεκές είναι μέγιστο υπολογίζεται από το άθροισμα της χρονικής στιγμής που το ελατήριο K_1 έχει τη μέγιστη συσπείρωσή του και του χρονικού διαστήματος Δt για να φτάσει το νερό από την τρύπα στο δάπεδο. Οι χρονικές στιγμές που το ελατήριο K_1 έχει τη μέγιστη συσπείρωση είναι όταν το σώμα m κατά την ταλάντωσή του βρίσκεται στην απομάκρυνση x=+A δηλαδή τις χρονικές στιγμές t= κ T+ T/2 = όπου κ= 0,1,2… και $T = 2π\sqrt{\frac{m}{K1+K2}} = π/10$ s

Από την οριζόντια βολή : $h_2 + 0,1 = \frac{1}{2} g Δt^2$ => $0,8 = \frac{1}{2} 10 Δt^2$ =>

$Δt^2 = 0,16$ => $Δt = 0,4s$

Άρα οι ζητούμενες χρονικές στιγμές είναι: (0,4+π/20) s , (0,4+3π/20) s ……κ.λ.π.

Οι χρονικές στιγμές που το ελατήριο K_1 έχει την ελάχιστη συσπείρωση είναι όταν το σώμα m κατά την ταλάντωσή του βρίσκεται στην απομάκρυνση x=-A δηλαδή τις χρονικές στιγμές t= κ T όπου κ= 0,1,2…

Άρα οι χρονικές στιγμές είναι: 0,4 s , (0,4 + π/10) s , (0,4 + 2π/10) s …….

$Γ_2$ Η γραμμή του δαπέδου που βρέχεται κατά τη διάρκεια μιας ταλάντωσης, υπολογίζεται από τη διάφορά μεταξύ του μέγιστου και του ελάχιστου βεληνεκούς.

Το μέγιστο βεληνεκές:

Από τις σχέσεις (1), (2) => $120/200 \cdot 10^{-4} = 10^3 + + \frac{1}{2} 10^3 u_1^2$ => $u_1 = \sqrt{10}$ m/s

$\beta_{max} = u_1 \Delta t = \sqrt{10} \cdot 0{,}4 = 3{,}2 \cdot 0{,}4 = 1{,}28$ m

Το ελάχιστο βεληνεκές:

Από τις σχέσεις (1), (3) => $40/200 \cdot 10^{-4} = 10^3 + + \frac{1}{2} 10^3 u_2^2$ => $u_2 = 2$ m/s

$\beta_{min} = u_1 \Delta t = 2 \cdot 0{,}4 = 0{,}8$ m

Άρα $d = \beta_{max} - \beta_{min} = = 1{,}28 – 0{,}8 = = 0{,}48$ m

ΠΑΝΑΝΑΣ ΓΙΑΝΝΗΣ

2ο ΛΥΚΕΙΟ ΠΑΛΛΗΝΗΣ

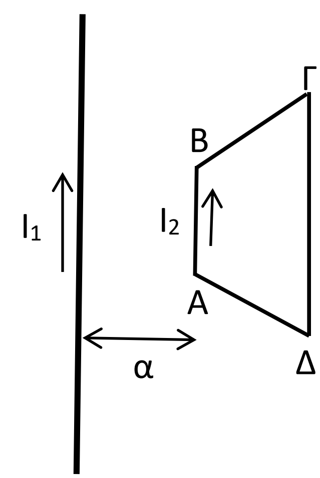
pananasgiannis@yahoo.gr

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΟ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΦΥΣΙΚΗΣ 2021
(ΓΙΑ ΚΑΛΑ ΠΡΟΕΤΟΙΜΑΣΜΕΝΟΥΣ)

ΘΕΜΑ Α

A_1

Το ισοσκελές συρμάτινο τραπέζιο ΑΒΓΔ με ΑΒ=α, ΓΔ=2α και απόσταση μεταξύ των παραλλήλων πλευρών του d=α , βρίσκεται πάνω σε λείο επίπεδο. Παράλληλα στην πλευρά του ΑΒ και σε απόσταση d' = α υπάρχει ευθύγραμμος αγωγός μεγάλου μήκους. Το τραπέζιο διαρρέεται από ρεύμα έντασης I_2 με φορά από το Α στο Β. Διοχετεύεται στον ευθύγραμμο αγωγό ρεύμα έντασης I_2 με φορά προς τα πάνω.



α) Αν το μέτρο της δύναμης Laplace που ασκείται στην πλευρά ΑΒ του τραπεζίου είναι F_{AB} και το μέτρο της δύναμης Laplace που ασκείται στην πλευρά ΓΔ του τραπεζίου είναι $F_{ΓΔ}$, ισχύει $F_{ΓΔ} < F_{AB}$

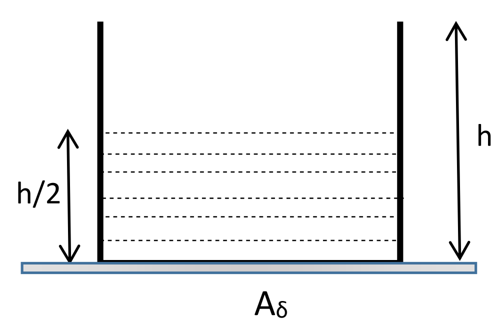
β) Το τραπέζιο δεν κινείται.

γ) Το τραπέζιο κινείται προς τα αριστερά.

δ) Το τραπέζιο κινείται προς τα δεξιά.

A_2

Το κυλινδρικό δοχείο έχει εμβαδόν βάσης $A_δ$ και ύψος h. Το δοχείο έχει υγρό μέχρι το ύψος h/2. Ένας κύλινδρος έχει εμβαδόν βάσης $A_κ = A_δ/2$, πυκνότητα $ρ_κ = 2ρ_υ$ και μάζα $m_κ=2m_υ$. Όπου $ρ_υ$, $m_υ$ η πυκνότητα και μάζα του υγρού αντίστοιχα. Βυθίζουμε αργά τον κύλινδρο μέχρι η κάτω βάση του να φτάσει στον πυθμένα όπου τον αφήνουμε



να ισορροπεί. Θεωρούμε ότι το πείραμα γίνεται χωρίς αέρα και μεταξύ της κάτω βάσης του κυλίνδρου και του πυθμένα υπάρχει λεπτό στρώμα υγρού. Δεν υπάρχει αέρας. Το Κ είναι ένα σημείο του λεπτού στρώματος υγρού το οποίο είναι σε επαφή με τη βάση του κυλίνδρου και το Λ είναι ένα σημείο της πάνω επιφάνειας του πυθμένα, που από πάνω του, δεν υπάρχει ο κύλινδρος . P_K, $P_Λ$ είναι οι υδροστατικές πιέσεις στα σημεία Κ,Λ, και $P_{πυθ.}$ η πίεση που ασκείται στον πυθμένα από πάνω.

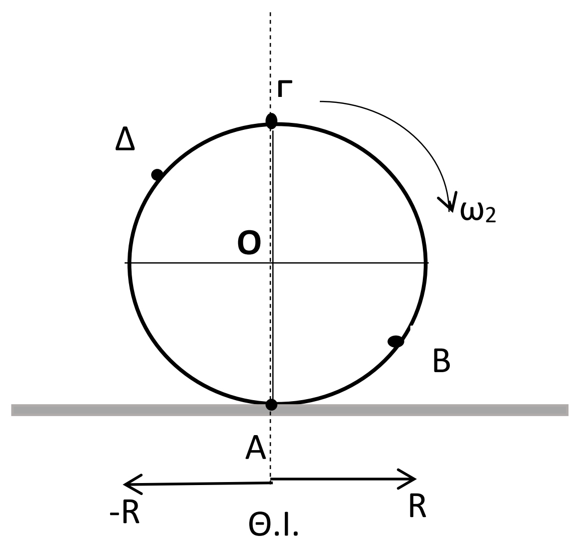
α) $P_K > P_Λ$

β) Όταν η κάτω βάση του κυλίνδρου φτάσει στον πυθμένα του δοχείου , μια ποσότητα υγρού θα έχει χυθεί έξω από το δοχείο.

γ) $P_{πυθ} = P_K + P_Λ / 2$

δ)) $P_{πυθ} = P_K + P_Λ$

Α$_3$ Το κέντρο Ο του ομογενούς δίσκου ακτίνας R εκτελεί οριζόντια Α.Α.Τ με εξίσωση απομάκρυνσης x=Rημ$ω_1$t και ο δίσκος εκτελεί ομαλή στροφική κίνηση με γωνιακή ταχύτητα $ω_2$. Η θετική φορά είναι προς τα δεξιά. Η μέγιστη τιμή του μέτρου ης επιτάχυνσης ενός σημείου της περιφέρειας του δίσκου που είναι σε ύψος h=R είναι διπλάσια της τιμής του μέτρου της επιτάχυνσης του ίδιου σημείου, όταν ο δίσκος διέρχεται από τη θέση ισορροπίας. Ο δίσκος είναι διαρκώς σε επαφή με το λείο οριζόντιο επίπεδο. T_1 είναι η περίοδος ταλάντωσης.



α) Η ταχύτητα του σημείου Β που είναι σε ύψος R/2 ,τη χρονική στιγμή t= T_1/6, έχει μέτρο u=$\sqrt{3}ω_1$R

β) Η επιτάχυνση του σημείου Γ που είναι σε ύψος 2R , τη χρονική στιγμή t= T_1/12, έχει μέτρο α= $\sqrt{5}ω^2_2$R

γ) Η επιτάχυνση του σημείου Δ που είναι σε ύψος $\frac{3}{2}$R , τη χρονική στιγμή t= $T_1/4$, έχει μέτρο α= $\sqrt{3}\omega^2{}_1R$

δ) Η ταχύτητα του σημείου Α που είναι σε επαφή με το οριζόντιο επίπεδο ,τη χρονική στιγμή t= $T_1/3$, έχει μέτρο u =$\frac{3}{2}\omega_2 R$

A_4 Κινητό εκτελεί ταυτόχρονα τις ΑΑΤ (1), (2) με εξισώσεις απομακρύνσεων x_1= A_1ημωt , x_2= A_2συνωt ,στην ίδια διεύθυνση γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας. Οι ενέργειες ταλαντώσεων των (1), (2) και της σύνθετης x είναι E_1,E_2,Ε. Η δυναμική ενέργεια και η κινητική ενέργεια της σύνθετης x τη χρονική στιγμή t= T/2 είναι U και K αντίστοιχα.

α) E_2 = K

β) E_1 = U

γ) E = E_1 + U

δ) E = E_1 + K

A_5

α) Σε μαγνήτη που πλησιάζει πηνίο που συνδέεται με κλειστό κύκλωμα, κινούμενος στη διεύθυνση του άξονα του πηνίου, ασκείται πάντα εξωτερική δύναμη στη διεύθυνση της κίνησης.

β) Σε κυκλικό πλαίσιο που είναι κάθετο στις δυναμικές γραμμές ομογενούς πεδίου του οποίου το μέτρο της έντασης μεταβάλλεται με το χρόνο σύμφωνα με τη σχέση B= $2B_0$ ω t + B_0συνωt , δημιουργείται συνεχές ηλεκτρικό ρεύμα.

γ) Ο νόμος του Bernoulli εφαρμόζεται σε κατακόρυφο σωλήνα που είναι προσαρμοσμένη αντλία σε λειτουργία, για δύο σημεία του σωλήνα, πριν και μετά την αντλία.

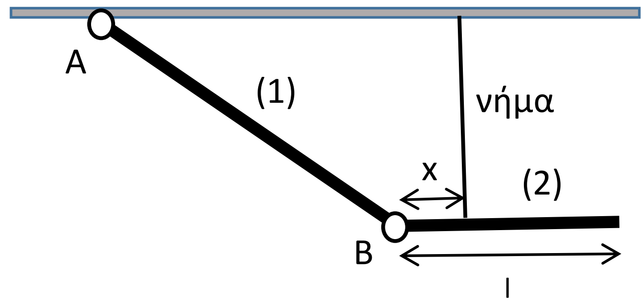
δ) Η απομάκρυνση της σύνθετης ταλάντωσης των ταλαντώσεων με απομακρύνσεις x_1 = Αημ3ωt , x_2 = Ασυν2ωt , γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας στην ίδια διεύθυνση με ω=2π/T, τη χρονική στιγμή t=T/6, είναι x= - A/2

ε) Όταν συγκρούονται πλαστικά δύο ίδιες σφαίρες με ορμές ίσου μέτρου που σχηματίζουν γωνία 120^0 , το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος είναι ίσο με το μισό του μέτρου της ταχύτητας κάθε σφαίρας.

ΘΕΜΑ Β

B$_1$

Η ομογενής ράβδος (1) συνδέεται με άρθρωση Α στο ταβάνι και με άρθρωση Β στο άκρο της οριζόντιας ομογενούς ράβδου (2). Σε απόσταση x από το Β η ράβδος (2) συνδέεται με το κάτω άκρο κατακόρυφου νήματος του οποίου το πάνω άκρο συνδέεται με το ταβάνι. Τα βάρη των ράβδων (1),(2) είναι 2W, W αντίστοιχα και το μήκος της (2) είναι l. Το σύστημα ισορροπεί.

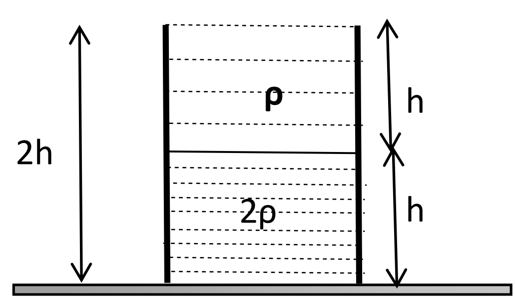


Η απόσταση x είναι:

α) x=l/2 β) x=l/3 γ) x=l/4

B$_2$

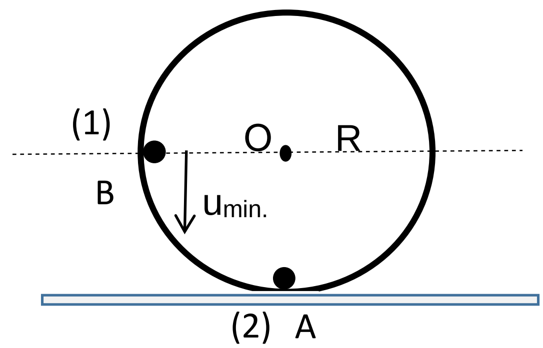
Δύο υγρά με πυκνότητες ρ και 2ρ ισορροπούν στο δοχείο ύψους 2h με ύψος h το κάθε υγρό. Αν ανοίξουμε μια μικρή τρύπα στο δοχείο στο κατάλληλο ύψος από h μέχρι 2h το μέγιστο βεληνεκές είναι $\beta_{1(max)}$ και αν ανοίξουμε μια μικρή τρύπα στο δοχείο στο κατάλληλο ύψος από τον πυθμένα μέχρι h το μέγιστο βεληνεκές είναι $\beta_{2(max)}$. Η σχέση μεταξύ των $\beta_{1(max)}$, $\beta_{2(max)}$ είναι:



α) $\beta_{1(max)} = \frac{8}{3}\beta_{2(max)}$ β) $\beta_{1(max)} = \beta_{2(max)}$ γ) $\beta_{1(max)} = \frac{4}{3}\beta_{2(max)}$

B_3

Η στεφάνη είναι λεία στο εσωτερικό της, βρίσκεται σε κατακόρυφο επίπεδο και είναι στερεωμένη σε οριζόντιο επίπεδο. Μια μικρή σφαίρα (2) μάζας 3m είναι ακίνητη στο κατώτερο εσωτερικό σημείο της στεφάνης. Σε μια άλλη μικρή σφαίρα (1) ίσου μεγέθους με τη (2), μάζας m, δίνουμε από το εσωτερικό σημείο Β της στεφάνης που είναι σε ύψος R ,την ελάχιστη ταχύτητα $u_{min.}$ για να συγκρουστεί κεντρικά και ελαστικά με τη σφαίρα (2) δύο φορές στην περιφέρεια της στεφάνης.



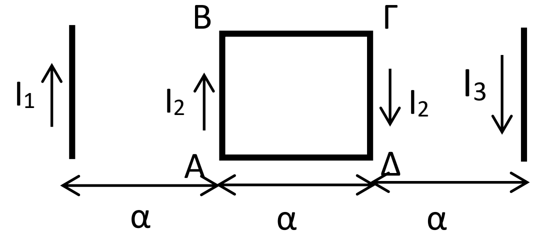
Μετά τη δεύτερη κρούση τα σώματα (1), (2) διέρχονται από την οριζόντια γραμμή που περνάει από το κέντρο Ο με ταχύτητες που έχουν μέτρα V_1,V_2 αντίστοιχα.

Η σχέση μεταξύ των V_1,V_2 είναι:

α) $V_1=3V_2$ β) $V_1=\sqrt{3}V_2$ γ) $V_1=V_2$

B_4

Δύο ευθύγραμμοι , παράλληλοι, ρευματοφόροι αγωγοί με εντάσεις του ρεύματος I_1,I_3 βρίσκονται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Μεταξύ των αγωγών και σε αποστάσεις α, α από αυτούς βρίσκεται τετράγωνο συρμάτινο πλαίσιο πλευράς α που διαρρέεται με ρεύμα έντασης I_2, που έχει φορά από το Α στο Β. Οι αγωγοί έχουν μήκος α , η φορά της έντασης I_1 είναι προς τα πάνω ,η φορά της έντασης I_3 είναι προς τα κάτω και της I_2 από το Α στο Β. Οι αγωγοί και το πλαίσιο ισορροπούν.



Α) Η σχέση μεταξύ των τιμών των εντάσεων των ρευμάτων είναι:

α) $I_1+I_3 = I_2$ β) $I_1+I_3 = 2I_2$ γ) $I_1+I_3 =3I_2$

Β) Αντιστρέφουμε τη φορά της έντασης I_3 αλλάζοντας την τιμή της και τις τιμές των άλλων εντάσεων, χωρίς να αλλάξουμε τη φορά τους Το πλαίσιο και οι αγωγοί θα κινηθούν:

α) Το πλαίσιο προς τα αριστερά και οι αγωγοί προς τα δεξιά.

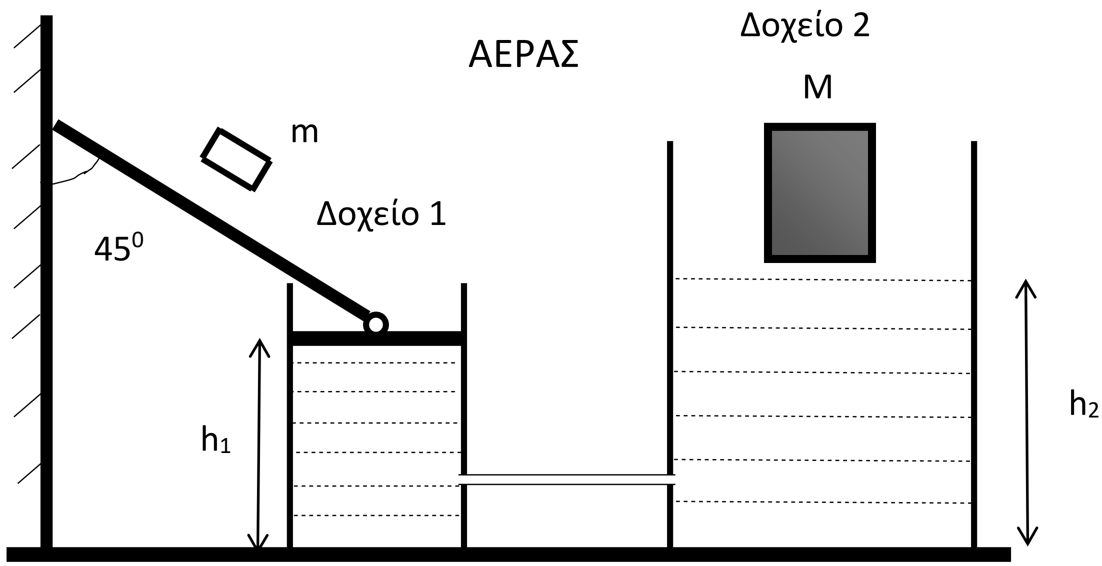
β) Το πλαίσιο προς τα δεξιά και οι αγωγοί προς τα αριστερά

γ) Το πλαίσιο προς τα αριστερά , ο αγωγός με I_1 προς τα δεξιά και ο αγωγός με I_3 προς τα αριστερά.

δ) Το πλαίσιο προς τα δεξιά , ο αγωγός με I_1 προς τα αριστερά και ο αγωγός με I_3 προς τα δεξιά.

ΘΕΜΑ Γ

Τα δύο δοχεία με εμβαδά βάσης Α και 2Α αντίστοιχα περιέχουν νερό με ύψη h_i,h_2 και συνδέονται με λεπτό λάστιχο αμελητέων διαστάσεων. Πάνω από το νερό, στο δοχείο (1) υπάρχει έμβολο μάζας $m_{εμ.}$ που δεν έχει τριβές στις επαφές του με τα τοιχώματα του δοχείου. Στο μέσο του εμβόλου από πάνω υπάρχει άρθρωση με την οποία συνδέεται ομογενής ράβδος μάζας $m_{ρ.}$. Το άλλο άκρο της ράβδου ακουμπάει σε λείο τοίχο, με τον οποίο σχηματίζει γωνία 45^0. Όλα τα σώματα ισορροπούν. Πάνω από το δοχείο 2 κρατάμε ομογενή κύλινδρο μάζας Μ και πάνω από τη ράβδο κρατάμε μικρό σώμα μάζας m.



Δίνονται: $m_{εμ.} = m_ρ = 2Kg$, $h_1 = 0,8m$, $A = 200cm^2$ και $ρ_ν = 10^3\ Kg/m^3$, $P_{atm} = 10^5\ Pa$

Να βρείτε:

Α. Τα ύψος h_2

Β. Κατεβάζουμε αργά τον κύλινδρο μάζας Μ = 6Kg που βρίσκεται πάνω από την ελεύθερη επιφάνεια του νερού στο δοχείο 2 μέχρι τη θέση που θα ισορροπήσει και τον αφήνουμε. Να βρείτε τη μεταβολή του ύψους του νερού στα δοχείο 2.

Γ. Κρατάμε τη ράβδο και τοποθετούμε το σώμα μάζας m ,στο μέσο της ράβδου το οποίο ισορροπεί. Κατεβάζουμε αργά τη ράβδο μέχρι τη θέση που θα ισορροπήσουν όλα τα σώματα , χωρίς να κινηθεί το σώμα μάζας m ως προς τη ράβδο. Αφήνουμε τη ράβδο στη θέση αυτή. Το έμβολο επανέρχεται στην αρχική θέση ισορροπίας του.

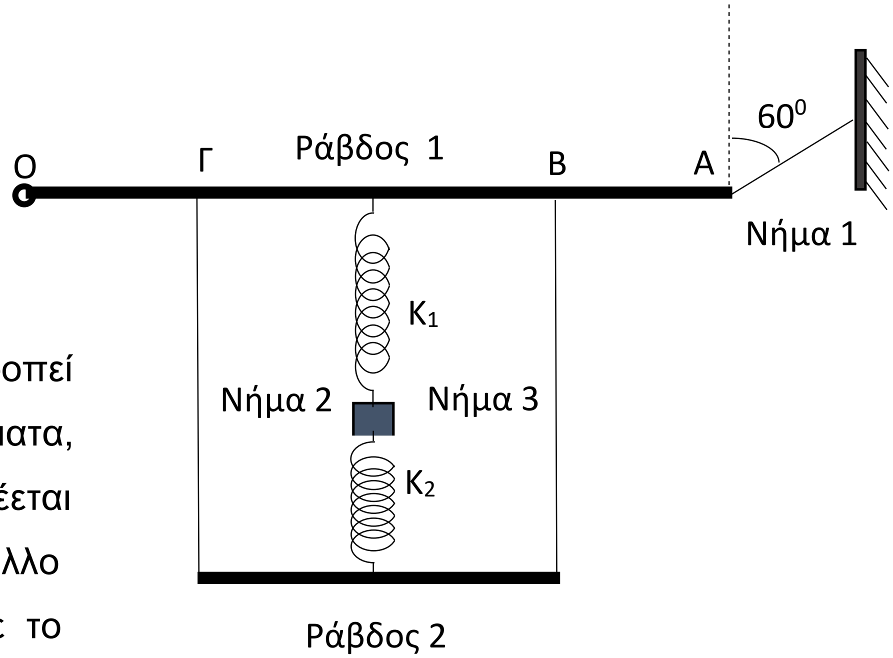
Να βρείτε:

$Γ_1$. Τη μεταβολή του ύψους του νερού στο δοχείο 2

$Γ_2$. Τη μάζα m

$Γ_3$. Τη δύναμη που ασκεί η ράβδος στο τοίχο.

ΘΕΜΑ Δ



Η ομογενής ράβδος 1 μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το αριστερό της άκρο Ο. Η ράβδος 1 ισορροπεί οριζόντια, συνδέεται με τρία νήματα, με το δεξιό της άκρο της Α συνδέεται το νήμα 1 του οποίου το άλλο άκρο συνδέεται με τοίχο , με το σημείο της Β με ΑΒ=ΟΑ/4 συνδέεται το κατακόρυφο νήμα 3 του οποίου το άλλο άκρο συνδέεται με το δεξιό άκρο οριζόντιας ομογενούς ράβδου 2 και το σημείο της Γ με ΟΓ=ΟΑ/4 συνδέεται με νήμα 2 του οποίου το άλλο άκρο συνδέεται με το αριστερό άκρο της ράβδου 2. Με το μέσο της ράβδου 2 συνδέεται το κάτω άκρο του κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς K_2 του οποίου το πάνω άκρο συνδέεται με σώμα μάζας m. Με το σώμα μάζας m, από πάνω, συνδέεται κατακόρυφο ελατήριο K_1 του οποίου το άλλο άκρο συνδέεται με τη ράβδο 1. Όλα τα σώματα ισορροπούν. Δίνονται: Το ελατήριο σταθεράς K_1 έχει το φυσικό του μήκος, Η μάζα της ράβδου 1 είναι m_1=2Kg και της ράβδου 2 είναι m_2=1Kg. Οι σταθερές των ελατηρίων είναι $K_1 = K_2$ = 50N/m, η μάζα του σώματος είναι m=1Kg, το νήμα 1 σχηματίζει, γωνία $\theta=60^0$ με την κατακόρυφη και g=10m/s^2.

Α) Να βρείτε τη δύναμη που ασκεί η άρθρωση στη ράβδο 1

Β) Ποιο είναι το μέγιστο πλάτος ταλάντωσης του σώματος για να μη φεύγουν οι ράβδοι από την αρχική κατάσταση ισορροπίας τους;

Γ. Κατεβάζουμε το σώμα κατά A_{max} και τη χρονική στιγμή t=0 το αφήνουμε ελεύθερο.

Η θετική φορά είναι προς τα πάνω. Να βρείτε:

$Γ_1$. Την εξίσωση της απομάκρυνσης του σώματος m.

$Γ_2$. Τις μέγιστες και τις ελάχιστες τιμές των τάσεων των νημάτων και της δύναμης από την άρθρωση.

$Γ_{3.}$ Τη χρονική στιγμή t_1 που το μέτρο της δύναμης από την άρθρωση στη ράβδο 1, είναι F_O = 20N για πρώτη φορά.

ΠΑΝΑΝΑΣ ΓΙΑΝΝΗΣ

2ο ΛΥΚΕΙΟ ΠΑΛΛΗΝΗΣ

pananasgiannis@yahoo.gr

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΟ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΦΥΣΙΚΗΣ 2021

(ΓΙΑ ΚΑΛΑ ΠΡΟΕΤΟΙΜΑΣΜΕΝΟΥΣ)

Α1. γ) προς τα αριστερά. (Οι δυνάμεις στα ΑΒ και ΓΔ είναι αντίθετες. Οι δυνάμεις στα ΒΓ και ΔΑ έχουν ίσα μέτρα , αντίθετες συνιστώσες κατακόρυφα και οι οριζόντιες συνιστώσες είναι προς τα αριστερά)

Α2. γ) $P_{πυθ} = P_K + P_Λ / 2$

$m_κ = 2\ m_υ$ => $ρ_κ \cdot A_κ \cdot h_κ = 2\ ρ_υ \cdot A_δ \cdot h/2$ => $ρ_κ \cdot A_δ \cdot h_κ /2 = ρ_υ \cdot A_δ \cdot h$ =>

$h_κ = h$. Άρα η στάθμη του υγρού θα βρεθεί σε ύψος h αφού $V_κ = V_υ = V_δ/2$.

Η υδροστατική πίεση στα Κ,Λ, είναι $P_K = P_Λ = ρ_υ g h$

Η πίεση στον πυθμένα είναι ίση με το άθροισμα του βάρους του κυλίνδρου και του υγρού, προς το εμβαδόν της βάσης του δοχείου. $P_{πυθ.} = (W_κ + W_υ) / A_{δ.}$

=> $P_{πυθ.} = (W_K/A_δ) + (W_U/A_δ) = (2W_U/A_δ) + (W_U/A_δ) = 3W_υ/A_δ = 3ρ_υ gh/2$ (1ος τρόπος)

Η πίεση στον πυθμένα είναι ίση με το άθροισμα της υδροστατικής πίεσης και του πηλίκου της δύναμης που ασκεί η βάση του κυλίνδρου στον πυθμένα προς το εμβαδόν του πυθμένα. $P_{πυθ.} = ρ_υ gh + N'/A_{δ.}$. Από την ισορροπία του κυλίνδρου : $ΣF = 0$ =>

$W_κ = N + ρ_υ ghA_κ$ => $2ρ_υ ghA_κ = N + ρ_υ ghA_κ$ => $N = ρ_υ ghA_κ$ => $N = ρ_υ ghA_δ/2$

$N = W_υ$. Λόγω δράσης – αντίδρασης $N' = N = W_υ = ρ_υ ghA_δ/2$. Άρα

$P_{πυθ.} = ρ_υ gh + ρ_υ gh/2$ => $P_{πυθ.} = 3ρ_υ gh/2$ (2ος τρόπος)

Και τελικά $P_{πυθ.} = ρ_υ gh + ρ_υ gh/2$ => $P_{πυθ.} = P_K + P_Λ/2$

Α3 δ)

Η κεντρομόλος επιτάχυνση των σημείων της περιφέρειας του τροχού σε ύψος R από το επίπεδο, είναι οριζόντια και έχει μέτρο $α_κ = ω_2^2 R$.

Όταν ο δίσκος είναι στη θέση ισορροπίας η επιτάχυνση των παραπάνω σημείων λόγω της ταλάντωσης , είναι μηδέν. Σε μια ακραία θέση τα σημεία έχουν οριζόντια επιτάχυνση λόγω της ταλάντωσης, μέτρου $α_τ = ω_1^2 R$. Στις ενδιάμεσες θέσεις το μέτρο της επιτάχυνσης των σημείων είναι μικρότερο από $α_τ = ω_2^2 R$.

Στη θέση ισορροπίας, το μέτρο της επιτάχυνσης των σημείων είναι: $\alpha_{ισορ.} = \omega_2^2 R$

Στην ακραία θέση το μέτρο της μέγιστης επιτάχυνσης είναι: $\alpha_{max} = \omega_2^2 R + \omega_1^2 R$

$\alpha_{max} = 2\,\alpha_{ισορ.} \Rightarrow \omega_2^2 R + \omega_1^2 R = 2\,\omega_2^2 R \Rightarrow \omega_1 = \omega_2$

Στη συνέχεια προσθέτουμε διανυσματικά τα ζητούμενα μεγέθη (σκάψιμο) και καταλήγουμε στη δ

A4 γ) Για $t=T/2$, $x_1=A_1\eta\mu\pi=0$ και $x_2=A_2\sigma\upsilon\nu\pi=-A_2$ Άρα $x=x_1+x_2 = -A_2$ και

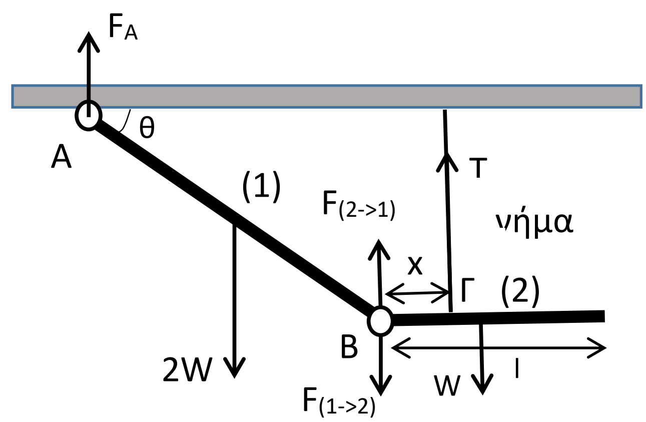
$$U = \tfrac{1}{2}Dx^2 = \tfrac{1}{2}DA_2^2 = E_2$$

$$E = E_1 + E_2 = E_1 + U$$

A5 Λ ,Σ , Λ , Σ , Σ

B1

Στη ράβδο 2 ασκούνται οι δυνάμεις: Το βάρος W , η τάση του νήματος T και η δύναμη $F_{(1\text{->}2)}$ από τη ράβδο 1 στη ράβδο 2 στην άρθρωση Β. Η δύναμη $F_{(1\text{->}2)}$, λόγω της ισορροπίας της ράβδου (2), είναι παράλληλη στις άλλες δύο για να ισχύει η ΣF=0 και



είναι προς τα κάτω για να ισχύει η Στ =0 ως προς σημείο Γ της ράβδου που συνδέεται με το νήμα. Για τη ράβδο 2 ισχύουν:

$$\Sigma F=0 \Rightarrow T= W + F_{(1\text{->}2)} \qquad (1)$$

$$\Sigma\tau_{(B)}= 0 \Rightarrow T\cdot x = W \cdot l/2 \qquad (2)$$

Στη ράβδο 1 ασκούνται οι δυνάμεις: Το βάρος 2W , η δύναμη $F_{(2\text{->}1)}$ και η δύναμη F_A. Η δύναμη F_A λόγω της ισορροπίας της ράβδου (1), είναι παράλληλη στις άλλες δύο για να ισχύει η ΣF=0 και προς τα πάνω για να η ισχύει η Στ=0 ως προς το σημείο Β. Έστω θ η γωνία της ράβδου 1 με την οριζόντια διεύθυνση.

Για τη ράβδο 1 ισχύουν:

$\Sigma F=0 \quad => \quad F_A + F_{(2->1)} = 2\ W \qquad (3)$

$\Sigma \tau_{(B)} = 0 \quad => \quad F_A \cdot AB\sigma\upsilon\nu\theta = 2W \cdot AB\ \sigma\upsilon\nu\theta\ /2 \quad => \quad F_A = W \quad (4)$

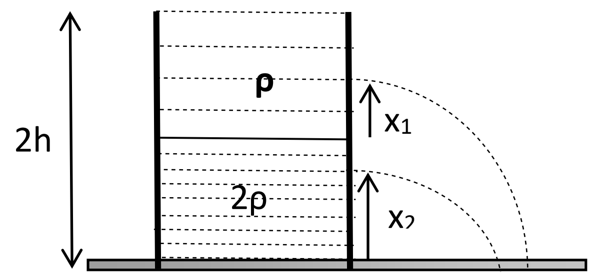
Από (3),(4) => $F_{(2->1)} = W$ και λόγω της (1) => $T = 2W$ (5)

(2),(5) => $2W \cdot x = W \cdot l/2$ => $x = l/4$ ΑΡΑ το γ

B_2

Το μέγιστο βεληνεκές από ύψος h -> 2h :

Σε ύψος x_1 από το ύψος h η ταχύτητα εκροής από τη μικρή τρύπα είναι:



$u_1 = \sqrt{2g(h-x1)}$

και ο χρόνος μέχρι το δάπεδο είναι:

$t_1 = \sqrt{\frac{2(h+x1)}{g}}$

Άρα $\beta_1 = u_1 t_1 = \sqrt{\frac{2g(h-x1)2(h+x1)}{g}}$ =>

$\beta_1 = \sqrt{2(h-x1)(h+x1)}$ => $\beta_1^2 = 4(h^2 - x_1^2)$, Για $x_1=0$ => $\beta_{1(max)} = 2\ h$ (1)

Σε ύψος x_2 από τον πυθμένα του δοχείου , η ταχύτητα εκροής u_2 είναιι υπολογίζεται από το νόμο του Bernoulli :

Για μια ρευματική γραμμή από την ελεύθερη επιφάνεια του υγρού ρ μέχρι το ύψος x_2 έχουμε: $P_{atm} + \rho g h + 2\rho g(h-x_2) = P_{atm} + \frac{1}{2}\rho u_2^2$ => $u_2^2 = g\ (3h - 2x_2)$

και ο χρόνος μέχρι το δάπεδο είναι:

$t_2^2 = 2x_2/\ g$

Άρα $\beta_2 = u_2 t_2$ => $\beta_2^2 = u_2^2 t_2^2$ => $\beta_2^2 = g\ (3h - 2x_2)\ 2x_2/\ g$ =>

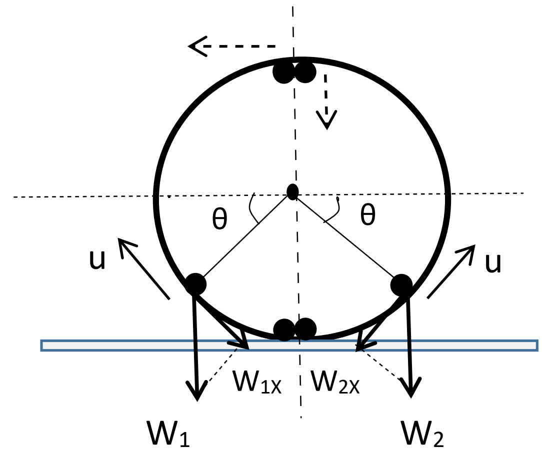
$x_2^2 - 6\ x_2\ h + \beta_2^2 = 0$.

Θα πρέπει η διακρίνουσα της δευτεροβάθμιας να είναι μεγαλύτερη του μηδενός.

$\Delta \geq 0$ => $36h^2 - 16\beta_2^2 \geq 0$ => $\beta_2 \leq 2h/3$ => $\beta_{2(max)} = 2h/3$ (2)

Από τις (1), (2) προκύπτει το α) $\beta_{1(max)} = \frac{8}{3}\beta_{2(max)}$

B_3



Μετά την πρώτη κρούση στο κατώτερο σημείο του κύκλου, οι ταχύτητες των σωμάτων είναι αντίθετες.

Έστω ότι το σώμα 1 φτάνει στο κατώτερο σημείο της στεφάνης με ταχύτητα u_1.

$u_1' = (m-3m)u_1/(m+3m) = -u_1/2$

$u_2' = 2mu_1/(m+3m) = u_1/2$

Καθώς ανεβαίνουν τα σώματα, σε δύο συμμετρικά σημεία της περιφέρειας ως προς την κατακόρυφη που διέρχεται από το κέντρο του κύκλου, έχουν ίσου μέτρου επιταχύνσεις, στις διευθύνσεις των ταχυτήτων τους.

$W_{1X} = m\alpha_1 \Rightarrow mg\eta\mu\theta = m\alpha_1 \Rightarrow \alpha_1 = g\eta\mu\theta$

$W_{2X} = m\alpha_2 \Rightarrow 3mg\eta\mu\theta = 3m\alpha_2 \Rightarrow \alpha_2 = g\eta\mu\theta$

Τα σώματα που αμέσως μετά την πρώτη κρούση έχουν ίσα μέτρα ταχυτήτων και έχοντας στα συμμετρικά σημεία ίσα μέτρα επιταχύνσεων, θα έχουν στο ίδιο ύψος ίσα μέτρα ταχυτήτων και θα διανύουν τα αντίστοιχα τόξα στον ίδιο χρόνο. Αυτό σημαίνει ότι τα σώματα καθώς ανεβαίνουν θα διανύουν ίσα τόξα στον ίδιο χρόνο. Άρα η δεύτερη κρούση στην περιφέρεια θα γίνει στο ανώτερο σημείο της.

Για να είναι η αρχική ταχύτητα u_0 ελάχιστη και οι αντίστοιχες ταχύτητες στο ανώτερο σημείο πριν τη δεύτερη κρούση ελάχιστες, θα πρέπει και για τα δύο σώματα η δύναμη από τη στεφάνη στο ανώτερο σημείο να είναι μηδέν. Άρα και για τα δύο σώματα το βάρος είναι ίσο με την κεντρομόλο δύναμη.

$W = mu^2/R \Rightarrow mg = mu^2/R \Rightarrow u^2=gR$ (και για τα δύο σώματα) (1)

Μετά τη δεύτερη κρούση οι ταχύτητες των σωμάτων είναι:

$u_1'' = (m-3m)u/(m+3m) + 6m(-u)/(m+3m) = -2u$

$u_2'' = 2m(-u)/(m+3m) + (3m-m)u/(m+3m) = 0$

Το σώμα 1 θα κινηθεί στην εσωτερική επιφάνεια της στεφάνης και το σώμα 2 θα κάνει ελεύθερη πτώση.

Τα μέτρα των ταχυτήτων των σωμάτων όταν διέρχονται από την ευθεία που διέρχεται από το κέντρο , βρίσκεται με την ΑΔΜΕ σε κάθε σώμα.

Σώμα 1: $mV_1^2 / 2 = m4u^2/2 + mgR$ => $V_1^2 = 4u^2 + 2gR$ και λόγω της (1)

=> $V_1^2 = 6gR$

Σώμα 2: $3mV_2^2 / 2 = 3mgR$ => $V_2^2 = 2gR$

Άρα $V_1^2 / V_2^2 = 3$ => $V_1 / V_2 = \sqrt{3}$ => $V_1 = \sqrt{3}\ V_2$. Το β)

B₄

Α.

Στον αγωγό με ένταση I_1 ασκούνται οι δυνάμεις:

Από τον αγωγό με ένταση I_3 προς τα αριστερά. $F_{(3\to1)} = K_\mu \frac{2I1I3\alpha}{3\alpha} = 2K_\mu I_1 I_3 / 3$ (1)

Από το πλαίσιο προς τα δεξιά. $F_{(\pi\lambda.\to1)} = K_\mu \frac{2I1I2\alpha}{\alpha} - K_\mu \frac{2I1I2\alpha}{2\alpha} = K_\mu I_1 I_2$ (2)

Επειδή ισορροπεί: $\Sigma F=0$ και λόγω των (1),(2) => $2K_\mu I_1 I_3 / 3 = K_\mu I_1 I_2$

=> $I_2 = 2I_3 / 3$ (3)

Στον αγωγό με ένταση I_3 ασκούνται οι δυνάμεις:

Από τον αγωγό με ένταση I_1 προς τα δεξιά. $F_{(1\to3)} = K_\mu \frac{2I1I3\alpha}{3\alpha} = 2K_\mu I_1 I_3 / 3$ (4)

Από το πλαίσιο προς τα αριστερά. $F_{(\pi\lambda.\to3)} = K_\mu \frac{2I3I2\alpha}{\alpha} - K_\mu \frac{2I3I2\alpha}{2\alpha} = K_\mu I_3 I_2$ (5)

Επειδή ισορροπεί: $\Sigma F=0$ και λόγω των (4),(5) => $2K_\mu I_1 I_3 / 3 = K_\mu I_3 I_2$ (6)

Από τις σχέσεις (3),(6) => $I_1 = I_3 = 3I_2/2$

Στο πλαίσιο από τους αγωγούς, με βάση τις προηγούμενες σχέσεις , ασκούνται αντίθετες δυνάμεις.

Άρα $I_1 + I_3 = 3I_2/2 + 3I_2/2 = 3I_2$. Σωστό το γ

Β.

Στον αγωγό με ένταση I_1 από τον αγωγό με ένταση I_3 ασκείται δύναμη προς τα δεξιά και από το πλαίσιο ασκείται δύναμη προς τα δεξιά, άρα θα κινηθεί προς τα δεξιά. Στον αγωγό με ένταση I_3 από τον αγωγό με ένταση I_1 ασκείται δύναμη προς τα αριστερά και από το πλαίσιο ασκείται δύναμη προς τα αριστερά, άρα θα κινηθεί προς τα αριστερά.

Στο πλαίσιο ασκείται δύναμη από τον αγωγό με I_1 προς τα αριστερά και από τον αγωγό με I_3 ασκείται επίσης προς τα αριστερά, άρα το πλαίσιο θα κινηθεί προς τα αριστερά. Σωστό το γ

ΘΕΜΑ Γ

Α.

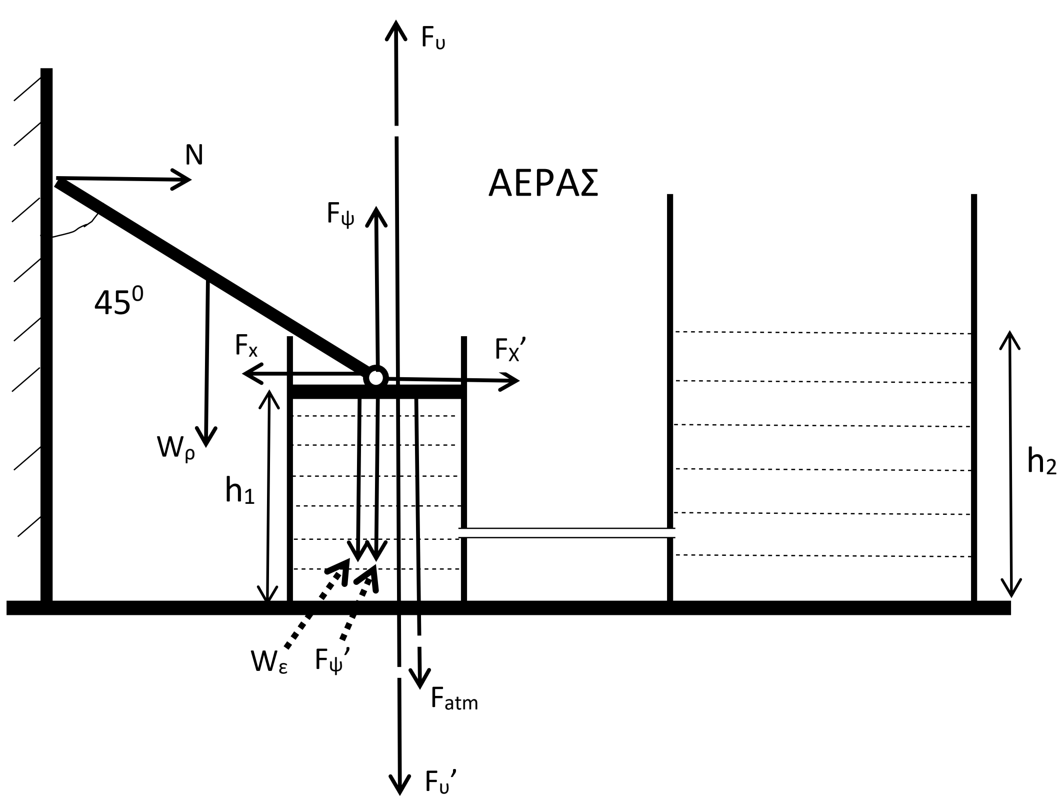
Στη ράβδο ασκούνται οι δυνάμεις : Η N κάθετα στον τοίχο , το βάρος της ράβδου W_ρ = 20N, και η δύναμη F από την άρθρωση στη ράβδο η οποία έχει συνιστώσες F_x και F_ψ.

Από την ισορροπία της ράβδου: $\Sigma F_x = 0 \Rightarrow N = F_x$

$\Sigma F_\psi = 0 \Rightarrow F_\psi = W_\rho = 20N$

$\Sigma \tau_{(\acute{\alpha}\rho\theta\rho\omega\sigma\eta)} = 0 \Rightarrow N l_\rho \sigma\upsilon\nu 45^0 = W_\rho\, l_\rho\, \eta\mu 45^0/2$

$\Rightarrow N = W_\rho/2 \Rightarrow N = 10N$ και $F_x = N = 10N$



Στο έμβολο ασκούνται οι δυνάμεις: F_x' η αντίδραση της F_x (F_x'=10N) , F_ψ' η αντίδραση της F_ψ (F_ψ‘ = 20N), W_ε= 20N , $F_{atm} = P_{atm}$ A = $10^5 \cdot 200 \cdot 10^{-4}$ = 2000N

και η F_υ.

Το έμβολο ισορροπεί: $\Sigma F_\psi = 0 \Rightarrow F_\upsilon = F_\psi' + W_\varepsilon + F_{atm} = 2040N$

Η δύναμη από το έμβολο στο υγρό λόγω δράσης-αντίδρασης είναι $F_\upsilon' = 2040N$

Και η πίεση από το έμβολο στο υγρό είναι : $P = (F_\psi' + W_\varepsilon + F_{atm}) /A =$

$20/A + 20/A + P_{atm} =(2\cdot 10^3 + 10^5)$ Pa

Οι πιέσεις στους πυθμένες του δοχείου λόγω της ισορροπίας του υγρού είναι ίσες.

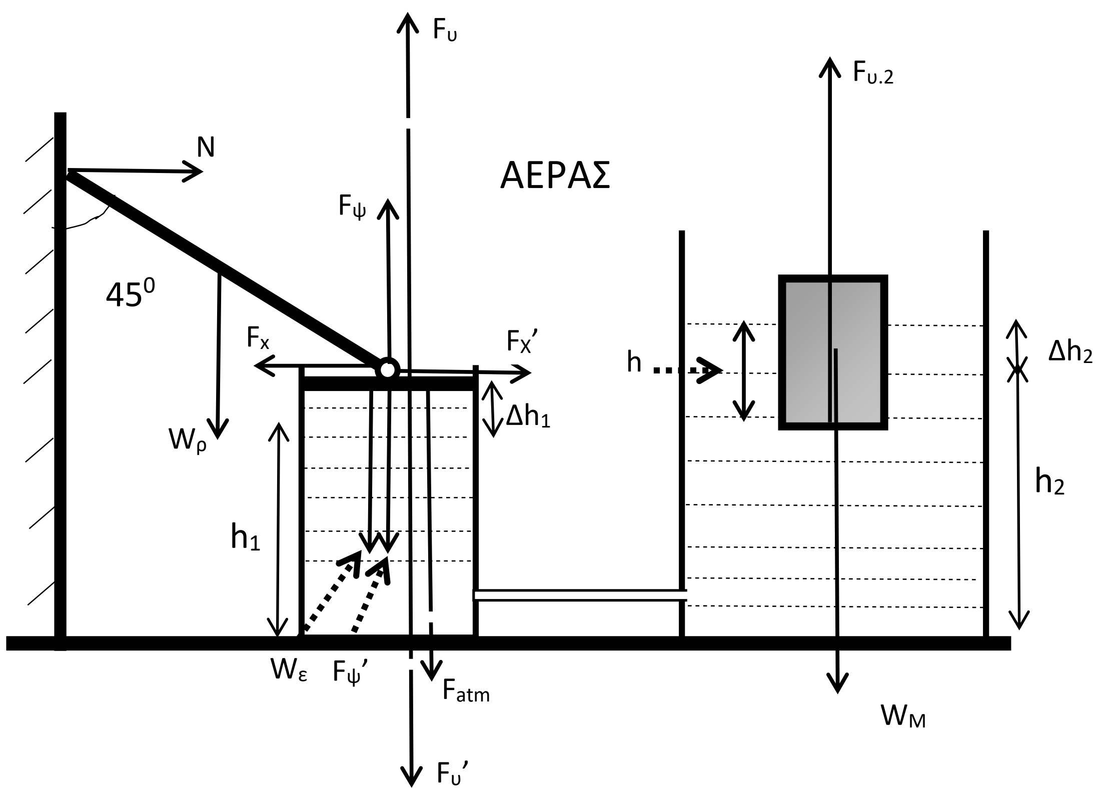
$P_{(\text{πυθμένα } 1)} = P + \rho g h_1$ και $P_{(\text{πυθμένα } 2)} = P_{atm} + \rho g h_2$

Όμως $P_{(\text{πυθμένα } 1)} = P_{(\text{πυθμένα } 2)} \Rightarrow P + \rho g h_1 = P_{atm} + \rho g h_2 \Rightarrow$

$2\cdot 10^3 + 10^5 + 8\cdot 10^3 = 10^5 + 10^4 h_2 \Rightarrow \boxed{h_2 = 1m}$

Β.

Καθώς κατεβαίνει ο κύλινδρος αυξάνεται η πίεση στους πυθμένες με αποτέλεσμα να ανεβαίνει το έμβολο και η στάθμη του νερού στο δοχείο 2. Οι δυνάμεις στο έμβολο και στη ράβδο δεν αλλάζουν. Στην κατάσταση ισορροπίας έστω Δh_1 η κατακόρυφη μετατόπιση του εμβόλου και Δh_2 η κατακόρυφη μετατόπιση του νερού στο δοχείο 2.



Οι πιέσεις στους πυθμένες είναι ίσες και οι μεταβολές από τις προηγούμενες ίσες πιέσεις, επίσης ίσες.

$\Delta P_{(\text{ πυθμένα } 1)} = \Delta P_{(\text{ πυθμένα } 2)}$ => $\rho g \Delta h_1 = \rho g \Delta h_2$ => $\Delta h_1 = \Delta h_2$ (1)

Κατακόρυφα στον κύλινδρο ασκούνται οι δυνάμεις W_M και $F_{υ.2}$. Από την ισορροπία του κυλίνδρου: $\Sigma F_\psi = 0$ => $W_M = F_{υ.2}$ => $60 = \rho g h A_\kappa$ (2) όπου h το ύψος του βυθισμένου όγκου του κυλίνδρου και A_κ το εμβαδόν της βάσης του κυλίνδρου.

Ο όγκος του νερού στην πρώτη ισορροπία είναι ίσος με τον όγκο του νερού στη δεύτερη ισορροπία.

$V_{(\text{νερού πριν})} = V_{(\text{νερού μετά})}$ => $Ah_1 + 2Ah_2 = A(h_1 + \Delta h_1) + 2A(h_2 + \Delta h_2) - hA_\kappa$ =>

$hA_\kappa = A\,\Delta h_1 + 2A\Delta h_2$ και λόγω της (1) => $hA_\kappa = 3A\Delta h_{22}$ (3)

(2),(3) => $60 \cdot 10^{-4} = 3 \cdot 200 \cdot 10^{-4}\,\Delta h_2$ => $\boxed{\Delta h_2 = 0{,}1\text{m}}$

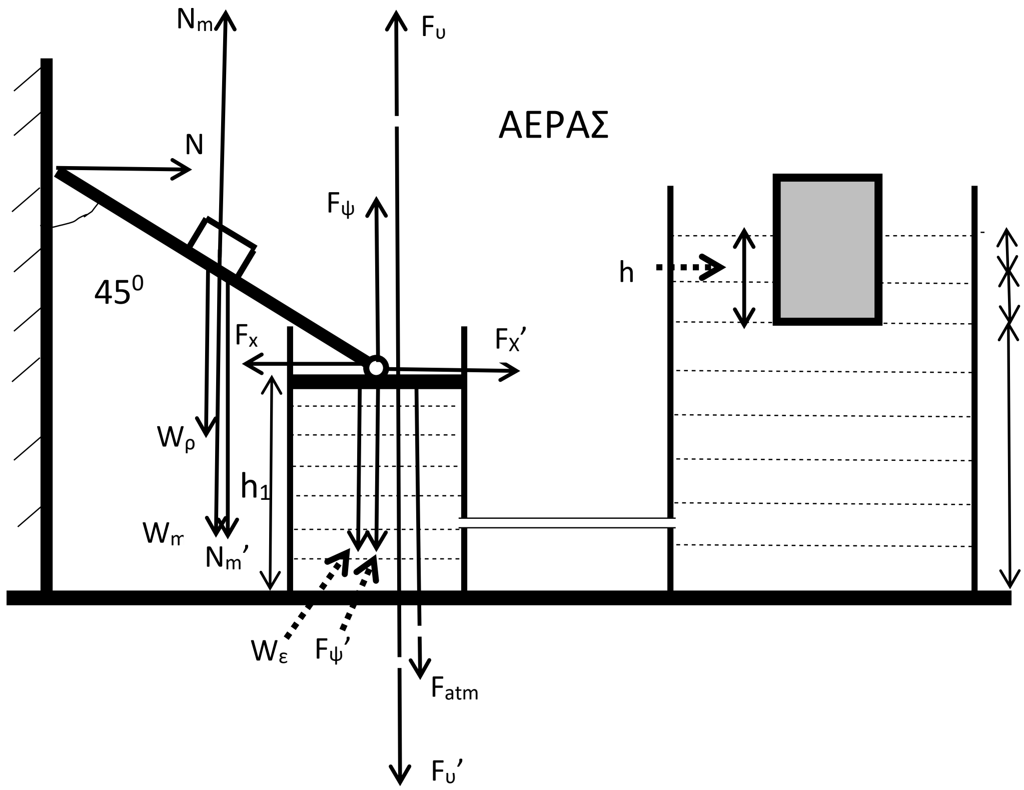
Γ_1.

Η μείωση του όγκου του νερού στο δοχείο 1 είναι ίση με την αύξηση του όγκου στο δοχείο 2. Ο βυθισμένος όγκος του κυλίνδρου δεν αλλάζει. Έστω ψ η κατακόρυφη μετατόπιση της στάθμης του νερού στο δοχείο 2 από την προηγούμενη θέση ισορροπίας.

$|\Delta V_1| = \Delta V_2$ => $A \cdot \Delta h_1 = 2A \cdot \psi$ => $2 \cdot \psi = \Delta h_1$ => $\boxed{\psi = 0{,}05\text{m}}$

Γ_2.

Στη νέα κατάσταση ισορροπίας στο σώμα μάζας m ασκούνται το βάρος W_m και η δύναμη από τη ράβδο N_m που είναι αντίθετη του βάρους W_m. Στα άλλα σώματα ασκούνται οι αντίστοιχες δυνάμεις που έχουν ληφθεί στα προηγούμενα ερωτήματα και η αντίδραση από το m στη ράβδο N_m'



Από την ισορροπία της ράβδου : $\Sigma F_\psi = 0 \Rightarrow F_\psi = W_\rho + N_\psi' \Rightarrow F_\psi = 20 + W_m$

και λόγω δράσης – αντίδρασης $F_\psi' = 20 + W_m$ (1)

Από την ισορροπία του εμβόλου: $\Sigma F_\psi = 0 \Rightarrow F_\upsilon = F_\psi' + W_\varepsilon + F_{atm}$ και

λόγω της (1) $\Rightarrow F_\upsilon = = 20 + W_m + W_\varepsilon + F_{atm}$ και λόγω δράσης – αντίδρασης

$F_\upsilon' = 20 + W_m + W_\varepsilon + F_{atm} \Rightarrow F_\upsilon' = 20 + W_m + 20 + F_{atm} \Rightarrow$

$F_\upsilon' = 40 + W_m + F_{atm}$ (2)

Οι πιέσεις στους πυθμένες του δοχείου λόγω της ισορροπίας του υγρού είναι ίσες.

$P_{(\text{πυθμένα } 1)} = P_{(\text{πυθμένα } 2)} \Rightarrow F_\upsilon'/A + \rho g h_1 = P_{atm} + \rho g(h_2 + \Delta h_2 + \psi) \Rightarrow$

$(40 + W_m + F_{atm})/A + \rho g h_1 = P_{atm} + \rho g(h_2 + \Delta h_2 + \psi) \Rightarrow$

$40/A + W_m/A + F_{atm}/A + \rho g h_1 = P_{atm} + \rho g(h_2 + \Delta h_2 + \psi) \Rightarrow$

$40/A + W_m/A + P_{atm} + \rho g h_1 = P_{atm} + \rho g \cdot 1{,}15 \Rightarrow$

$40/A + W_m/A + \rho g h_1 = 11{,}5 \cdot 10^3 \Rightarrow 2 \cdot 10^3 + + W_m/A + 8 \cdot 10^3 = 11{,}5 \cdot 10^3 \Rightarrow$

$W_m/A = 1{,}5 \cdot 10^3 \Rightarrow W_m = 1{,}5 \cdot 10^3 \cdot A \Rightarrow mg = 1{,}5 \cdot 10^3 \cdot 200 \cdot 10^{-4}$

$\Rightarrow \boxed{m = 3\ Kg}$

Γ3.

Από την ισορροπία της ράβδου θεωρούμε το άθροισμα των ροπών ως προς την άρθρωση.

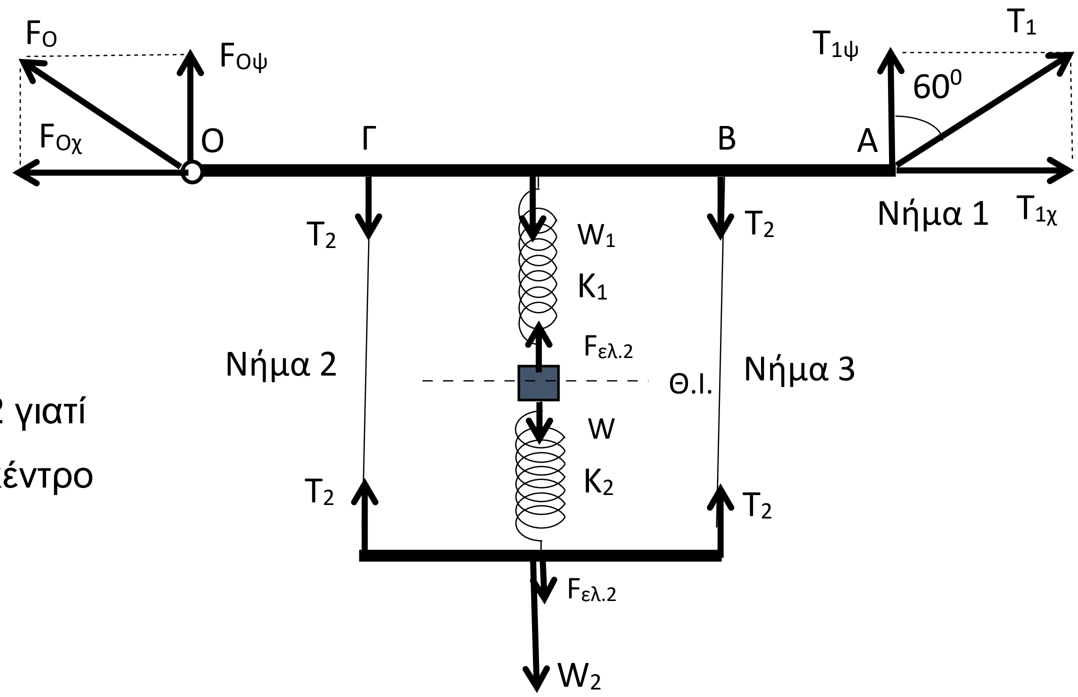
$\Sigma\tau = 0 \Rightarrow N \cdot l_\rho\, \sigma\upsilon\nu 45^0 = (W_\rho + N_m') \cdot l_\rho\, \eta\mu 45^0/2 \quad \Rightarrow \; N = (W_\rho + N_m')/2$

$\Rightarrow \quad N = (W_\rho + W_m)/2 \quad \Rightarrow \quad N = (20 + 30)/2 \quad \Rightarrow \boxed{N = 25\ N}$

ΘΕΜΑ Δ

Α)

Οι δυνάμεις που ασκούνται στα σώματα που ισορροπούν, είναι σχεδιασμένες στο σχήμα. Η T_2 έχει το ίδιο μέτρο στα άκρα των νημάτων 1,2 γιατί $\Sigma\tau = 0$ ως προς το κέντρο μάζας της ράβδου 2.



Από την ισορροπία της ράβδου 2:

$\Sigma F_\psi = 0 \Rightarrow 2T_2 = W_2 + F_{\varepsilon\lambda.2} \Rightarrow 2T_2 = W_2 + K_2\Delta l_2 \Rightarrow 2T_2 = 10 + 10 \Rightarrow T_2 = 10N$ (1)

Από την ισορροπία της ράβδου 1:

$\Sigma F_\chi = 0 \Rightarrow F_{O\chi} = T_{1\chi} \Rightarrow F_{O\chi} = T_1 \eta\mu 60^0 \Rightarrow F_{O\chi} = T_1\sqrt{3}/2$ (2)

$\Sigma F_\psi = 0 \Rightarrow F_{O\psi} + T_{1\psi} = 2T_2 + W_1 \Rightarrow F_{O\psi} + T_1 \sigma\upsilon\nu 60^0 = 40$ (3)

$\Sigma\tau_{(O)} = 0 \Rightarrow T_2 \cdot OA/4 + W_1 \cdot OA/2 + T_2 \cdot 3OA/4 = T_{1\psi} \cdot OA \Rightarrow T_{1\psi} = 20$

$\Rightarrow T_1 \sigma\upsilon\nu 60^0 = 20 \Rightarrow T_1 = 40\ N$ (4)

(2) $\Rightarrow F_{O\chi} = 40\sqrt{3}/2 \Rightarrow F_{O\chi} = 20\sqrt{3}$ N

(3) $\Rightarrow F_{O\psi} + T_1/2 = 40 \Rightarrow F_{O\psi} + 40/2 = 40 \Rightarrow F_{O\psi} = 20$ N

Άρα $F_O = \sqrt{Fox^2 + Fo\psi^2} = 40$ N , $\varepsilon\varphi\theta = F_{O\psi}/F_{O\chi} = \sqrt{3}/3 \Rightarrow \theta = 30^0$

Β)

Η μέγιστη δύναμη προς τα πάνω που μπορεί να ασκηθεί στη ράβδο 2 από το ελατήριο για να παραμένει σε ισορροπία , είναι ίση κατά μέτρο με το βάρος της. Άρα η μέγιστη επιμήκυνσή του θα είναι:

$F_{ελ.2(max)} = K_2 Δl_{2(max)} = W_2 = 10N$ => $50Δl_{2(max)} = 10N$ => $Δl_{2(max)} = 0,2m$

Στη θέση ισορροπίας του m η συσπείρωση του K_2 είναι:

$K_2 Δl_2 = W = 10N$ => $50Δl_2 = 10$ => $Δl_2 = 0,2m$

Άρα το μέγιστο πλάτος ταλάντωσης για να ισορροπεί η ράβδος 2 είναι:

$A_{(max)} = Δl_{2(max)} + Δl_2 = 0,2+0,2 = 0,4m$

Όταν το m έχει $A_{(max)}$ οι τάσεις των νημάτων 2,3 είναι μηδέν και στη ράβδο 1 ασκούνται οι δυνάμεις , το βάρος της $W_1 = 20N$ στο μέσο της και η δύναμη από το K_1 στο μέσο της προς τα πάνω, επειδή το ελατήριο είναι συσπειρωμένο. Η συσπείρωσή του είναι $Δl_1 = A_{(max)} = 0,4m$ και το μέτρο της δύναμής του είναι: $F_{ελ.1(max)} = 50 \cdot 0,4 = 20N$ Επειδή οι ροπές του βάρους και της $F_{ελ.1(max)}$ είναι αντίθετες ως προς το Ο , για να ισορροπεί η ράβδος 1 θα πρέπει η ροπή της T_1 να είναι μηδέν. Άρα $T_1 = 0$. Επειδή μέχρι το $A_{(max)}$ οι τάσεις των νημάτων στη ράβδο 1 είναι προς κάτω και η δύναμη από το ελατήριο 1, όταν είναι προς τα πάνω, έχει μικρότερη τιμή από 20N, η ροπή της T_1 είναι θετική (αντίθετη από τη φορά των δεικτών του ρολογιού).

Επομένως για $A_{(max)} = 0,4m$ ισορροπούν οριακά και οι δύο ράβδοι.

$Γ_1$)

Η εξίσωση της απομάκρυνσης του m είναι: $x = 0,4ημ(10t + 3π/2)$

$Γ_2$)

Οι ελάχιστες τιμές, σύμφωνα με τα προηγούμενα, θα είναι μηδέν όταν $x = A_{(max)}$

Οι μέγιστες τιμές θα αντιστοιχούν στο $x = -A_{(max)}$

Η μέγιστη συσπείρωση του ελατηρίου K_2 είναι $Δl_{2(max)} = 0,6m$ και η μέγιστη δύναμή του στη ράβδο 2 προς τα κάτω είναι $F_{ελ.2(max)} = K_2 Δl_{2(max)} = 30N$.

Από $ΣF_ψ = 0$ για τη ράβδο 2 : $2T_{2(max)} = 40N$ => $T_{2(max)} = 20N$

Από $Στ_{(O)} = 0$ για τη ράβδο 1:

$T_{2(max)} \cdot OA/4 + W_1 \cdot OA/2 + F_{ελ.1} \cdot OA/2 + T_{2(max)} \cdot 3OA/4 = T_{1ψ} \cdot OA$ =>

$20/4 + 20/2 + 20/2 + 60/4 = T_{1ψ}$ => $T_{1ψ} = 40N$ όμως $T_{1ψ} = T_1 συν60^0$

Άρα $T_{1(max)} = 80N$

Η δύναμη από την άρθρωση :

$\Sigma F_\chi = 0 \Rightarrow F_{O\chi} = T_{1\chi} \Rightarrow F_{O\chi} = T_1 ημ60^0 = 80\sqrt{3}/2 = 40\sqrt{3}$ N

$\Sigma F_\psi = 0 \Rightarrow F_{O\psi} + T_{1\psi} = 2T_2 + W_1 + + F_{ελ.1} \Rightarrow F_{O\psi} + 40 = 40 + 20 + 20$

$F_{O\psi} = 40N$

Άρα $F_O = \sqrt{Fox^2 + Fo\psi^2} = 80$ N , $εφθ = F_{O\psi}/F_{O\chi} = \sqrt{3}/3 \Rightarrow θ = 30^0$

Γ₃)

Θεωρούμε Στ=0 ως προς το μέσο της ράβδου 1.

Οι ροπές του βάρους και της δύναμης του ελατηρίου K_1 είναι μηδέν γιατί διέρχονται από το ίδιο σημείο και οι ροπές των T_2 είναι αντίθετες γιατί κάθε στιγμή έχουν το ίδιο μέτρο είναι προς τα κάτω και απέχουν την ίδια απόσταση από το σημείο αυτό.

$\Sigma τ_{(\text{το μέσο της ρ1})} = 0 \Rightarrow T_{1\psi} \cdot OA/2 = F_{O\psi} \cdot OA/2 \Rightarrow T_{1\psi} = F_{O\psi}$

Στην οριζόντια διεύθυνση ισχύει:

$\Sigma F_\chi = 0 \Rightarrow F_{O\chi} = T_{1\chi}$

Αφού οι δυνάμεις F_O , T_1 έχουν τις ίδιες συνιστώσες θα έχουν το ίδιο μέτρο

$F_O = T_1 = 20N$ και την ίδια γωνία με την κατακόρυφη $θ=60^0$.

Στην κατακόρυφη διεύθυνση ισχύει:

$\Sigma F_\psi = 0 \Rightarrow F_{O\psi} + T_{1\psi} = 2T_2 + W_1 - F_{ελ.1}$ όμως $F_{ελ.1} = K_1 x$ όπου x η απομάκρυνση του m. Άρα : $F_O συν60^0 + T_1 συν60^0 = 2T_2 + W_1 - K_1 x \Rightarrow$

$10 + 10 = 2T_2 + 20 - K_1 x \Rightarrow 2T_2 = K_1 x \Rightarrow 2T_2 = 50x$ (5)

Από την ισορροπία της ράβδου 2 :

$\Sigma F_\psi = 0 \Rightarrow 2T_2 = W_2 + F_{ελ.2} \Rightarrow 2T_2 = W_2 + K_2(\Delta l_2 - x) \Rightarrow$

$2T_2 = 10 + 50(0,2 - x) \Rightarrow 2T_2 = 10 + 10 - 50x \Rightarrow 2T_2 = 20 - 50x$ (6)

(5),(6) $\Rightarrow 50x = 20 - 50x \Rightarrow x = 0,2m$

Η εξίσωση της απομάκρυνσης του m είναι:

$0,2 = 0,4ημ(10t_1 + 3π/2) \Rightarrow ημ(10t_1 + 3π/2) = 1/2$ και η μικρότερη γωνία για να είναι η πρώτη φορά $10t_1 + 3π/2 = 2π + π/6 \Rightarrow 10t_1 = 2π/3 \Rightarrow t_1 = π/15$ s

ΠΑΝΑΝΑΣ ΓΙΑΝΝΗΣ 2ο ΛΥΚΕΙΟ ΠΑΛΛΗΝΗΣ pananasgiannis@yahoo.gr