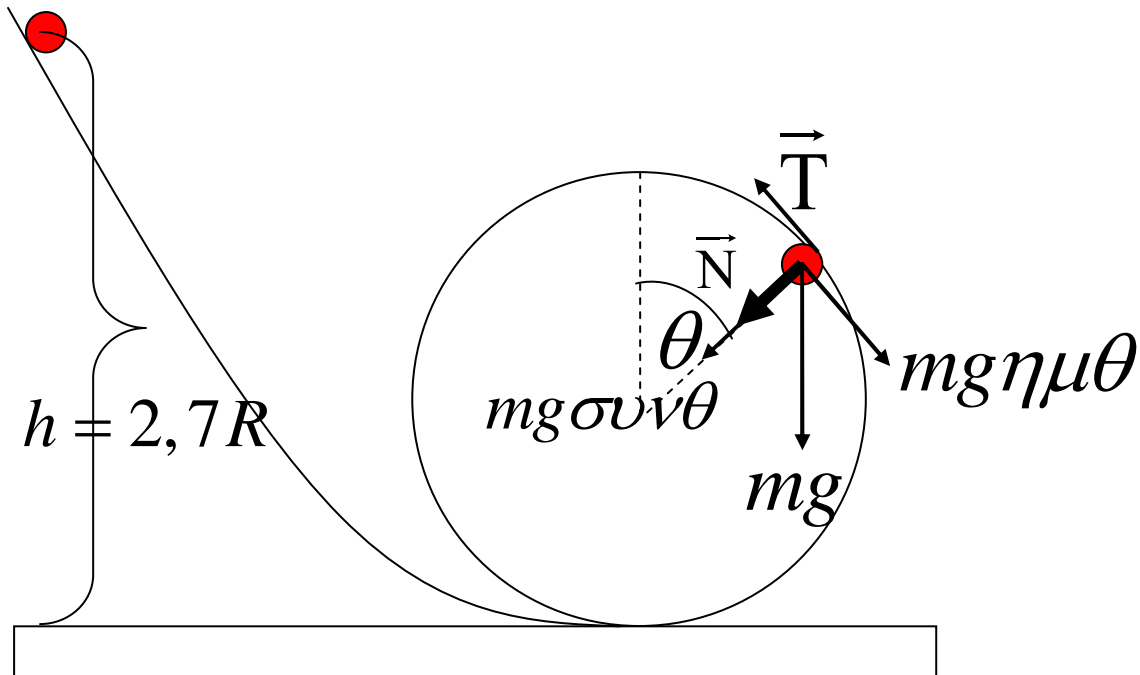


Το πρόβλημα 4.69



Λύνοντας το πρόβλημα 4.69 του σχολικού βιβλίου βρίσκουμε ότι θα πραγματοποιηθεί ανακύκλωση αν $h = 2,7R$, Έστω ότι το αφήνουμε από αυτό το ύψος. Σε ποια θέση αρχίζει η ολίσθηση ; (ας βρούμε την γωνία θ).

Τη στιγμή αυτή η στατική τριβή γίνεται οριακή : $T = \mu N$

$$N = \frac{m.v^2}{R} - mg \cos \theta \quad (1)$$

Από Α.Δ.Μ.Ε :

$$mgR \frac{27}{10} = \frac{1}{2} m.v^2 + \frac{1}{2} m \frac{v^2}{r^2} + mgR(1 + \cos \theta) \Rightarrow m.v^2 = mgR \frac{27}{7} - 10.mgR \frac{(1 + \cos \theta)}{7} \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow N = \frac{17}{7} mg (1 - \cos \theta) \quad (3)$$

$$T = \mu N \Rightarrow T = \frac{17}{7} \mu mg (1 - \cos \theta) \quad (4)$$

Τη στιγμή εκείνη ισχύει για την επιτόχιο επιτάχυνση του κέντρου μάζας της σφαίρας :
 $mg \sin \theta - T = ma_{\epsilon cm}$

Και για την γωνιακή επιτάχυνση :

$$T.r = \frac{2}{5} mr^2 a_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow T.r = \frac{2}{5} mr^2 \frac{a_{\epsilon cm}}{r} \Rightarrow T = \frac{2}{5} ma_{\epsilon cm}$$

$$\text{Εύκολα δείχνουμε ότι : } T = \frac{2}{7} mg \sin \theta \quad (7)$$

$$(4), (7) \Rightarrow \frac{2}{7} mg \sin \theta = \frac{17}{7} \mu mg (1 - \cos \theta) \Rightarrow 2 \sin \theta + 17 \mu \cos \theta - 17 \mu = 0$$

Με την βοήθεια του Graphmatica βρίσκω ότι για $\mu = 1$ η ολίσθηση αρχίζει όταν $\theta \approx 13,2^\circ$ και για $\mu = 0,5$ όταν $\theta \approx 23,5^\circ$ ενώ για $\mu = 10$ όταν $\theta \approx 1,35^\circ$

Ελπίζω να μην κάνω λάθος.

Γιάννης Κυριακόπουλος