

ΓΕΝΙΚΟ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 2009 – 2010**ΘΕΜΑ 1^ο:**

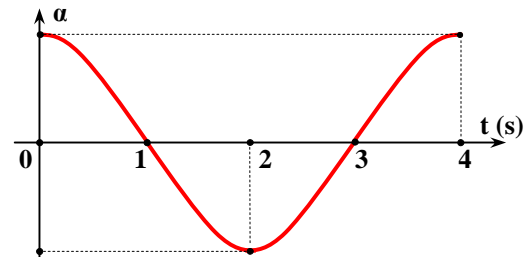
Για τις ερωτήσεις 1 – 5 να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της ερώτησης και δίπλα σε κάθε αριθμό το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

1. Κατακόρυφο ελατήριο είναι στερεωμένο στο κάτω του άκρο. Στο ελεύθερο επάνω άκρο του ελατηρίου τοποθετούμε σώμα και το αφήνουμε από τη θέση αυτή χωρίς αρχική ταχύτητα, οπότε αρχίζει να εκτελεί ΓΑΤ.

- α) Η επιτάχυνση του σώματος στη θέση αυτή είναι μηδέν.
 β) Το σώμα θα επιταχύνεται συνέχεια μέχρι την κάτω ακραία θέση.
 γ) Η μέγιστη συσπείρωση του ελατηρίου είναι διπλάσια από το πλάτος της ταλάντωσης.
 δ) Η απομάκρυνση της ταλάντωσης συμπίπτει με την παραμόρφωση του ελατηρίου.

Μονάδες 5

2. Στο διπλανό σχήμα φαίνεται το διάγραμμα επιτάχυνσης – χρόνου σε μια ταλάντωση, της οποίας το πλάτος είναι $A=20\text{cm}$.



- α) Τη στιγμή $t = 1\text{s}$ το μέτρο της ταχύτητας είναι μηδέν.
 β) Τη στιγμή $t = 2\text{s}$ το σώμα φτάνει στη θέση $x = -20\text{cm}$.
 γ) Η εξίσωση της ταχύτητας είναι $v = 10\pi \cdot \eta\mu(\pi t/2) \text{ cm/s}$.
 δ) Τη στιγμή $t = 3,5\text{s}$ το σώμα περνάει από τη θέση $x = -10\text{cm}$.

Μονάδες 5

3. Δύο σημεία Π_1 , Π_2 της επιφάνειας υγρού αρχίζουν να ταλαντώνονται τη στιγμή $t=0$ με εξισώσεις $y_1 = y_2 = A \cdot \eta\mu(\omega t)$. Τα παραγόμενα κύματα διαδίδονται στην επιφάνεια δημιουργώντας φαινόμενα συμβολής. Ένα σημείο Σ της επιφάνειας βρίσκεται πλησιέστερα στην πηγή Π_1 και ταλαντώνεται με πλάτος $2A$.

- α) Τα δύο κύματα φτάνουν στο σημείο Σ σε αντίθεση φάσης.

- β)** Τη στιγμή που φτάνει το δεύτερο κύμα από την πηγή Π_2 , το σημείο Σ βρίσκεται ήδη σε απομάκρυνση $y=+A$ εξαιτίας του πρώτου κύματος.
- γ)** Το σημείο Σ βρίσκεται πάνω στη μεσοκάθετο του ευθύγραμμου τμήματος $\Pi_1\Pi_2$.
- δ)** Τα δύο κύματα φτάνουν στο Σ με διαφορά χρόνου που είναι ακέραιο πολλαπλάσιο της περιόδου ταλάντωσης.

Μονάδες 5

4. Δύο σφαίρες Σ_1 και Σ_2 κυλίνουν οριζόντια με ίσες σταθερές ταχύτητες. Κάποια στιγμή φτάνουν στα κάτω άκρα κεκλιμένων επίπεδων ίδιας γωνίας κλίσης, περνούν σ' αυτά χωρίς να μεταβληθούν τα μέτρα των ταχυτήτων τους και λόγω αδράνειας αρχίζουν να ανεβαίνουν. Το επίπεδο στο οποίο ανεβαίνει η Σ_1 είναι λείο, ενώ το άλλο δεν είναι. Αν κατά την άνοδό τους δεν χάνεται ενέργεια σε θερμότητα, τότε:

- α)** Η Σ_1 θα ανέβει κατά μεγαλύτερο ύψος από αυτό της Σ_2 .
- β)** Οι δύο σφαίρες θα ανέβουν κατά το ίδιο ύψος.
- γ)** Η Σ_2 θα ανέβει κατά μεγαλύτερο ύψος από αυτό της Σ_1 .
- δ)** Το ύψος κατά το οποίο θα ανέβει η κάθε σφαίρα, εξαρτάται από τη μάζα της.

Μονάδες 5

5. Για τις προτάσεις (5.α) έως (5.ε) να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της πρότασης και δίπλα σε κάθε αριθμό το γράμμα Σ αν είναι σωστή ή Λ αν είναι λανθασμένη.

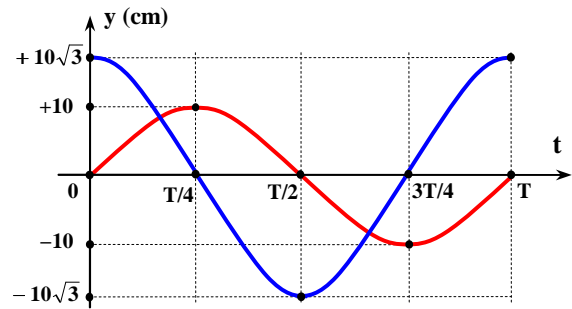
- α)** Αν διπλασιάσουμε το πλάτος μιας ελεύθερης ΓΑΤ, τότε διπλασιάζεται και ο χρόνος που χρειάζεται το σώμα για να πάει από τη μία ακραία θέση στην άλλη.
- β)** Όσο μεγαλύτερη είναι η συχνότητα ενός αρμονικού κύματος τόσο πιο γρήγορα διαδίδεται σε κάποιο ελαστικό μέσο.
- γ)** Οι οπτικές ίνες κατασκευάζονται από διαφανές υλικό που έχει δείκτη διάθλασης $n < 1$, ώστε το ηλεκτρομαγνητικό κύμα να παραμένει στο εσωτερικό τους.
- δ)** Αν σε ένα ακίνητο σώμα, που είναι ελεύθερο να κινηθεί, ασκηθούν δύο αντίρροπες δυνάμεις που τα μέτρα τους είναι ίσα, τότε αυτό θα παραμείνει ακίνητο.

- ε) Αν ένα σώμα Σ_1 συγκρουστεί κεντρικά και ελαστικά με ένα σώμα Σ_2 πολύ μεγαλύτερης μάζας που ήταν αρχικά ακίνητο, τότε η ορμή του μεγάλου σώματος θα παραμείνει μηδενική.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 2^ο:

1. Ταλαντωτής εκτελεί ταυτόχρονα δύο αρμονικές ταλαντώσεις στην ίδια διεύθυνση και γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας. Οι απομακρύνσεις τους απεικονίζονται στο διπλανό διάγραμμα σε σχέση με το χρόνο.



Η συνισταμένη κίνηση περιγράφεται από την εξίσωση:

α) $y = 20 \cdot \eta\mu\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right) \text{ cm.}$

β) $y = 20 \cdot \eta\mu\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right) \text{ cm.}$

γ) $y = 20\sqrt{3} \cdot \sigma\upsilon\nu\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t\right) \cdot \eta\mu\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t\right) \text{ cm.}$

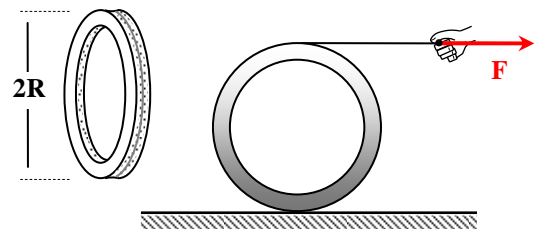
1.A. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση από τις πιο πάνω.

Μονάδες 2

1.B. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 6

2. Σε λεπτό αυλάκι της στεφάνης του διπλανού σχήματος έχουμε τυλίξει λεπτό νήμα ώστε να μπορεί να ξετυλίγεται χωρίς να γλιστράει.



Ασκώντας οριζόντια δύναμη \mathbf{F} όπως στο σχήμα, αναγκάζουμε τη στεφάνη να κυλιέται επιταχυνόμενη επάνω στο μη λείο οριζόντιο επίπεδο. Η ροπή αδράνειάς της ως προς τον άξονα περιστροφής που διέρχεται από το κέντρο μάζας της είναι $\mathbf{I} = \mathbf{MR}^2$.

Η τριβή \mathbf{T} που δέχεται η στεφάνη από το δάπεδο:

- α) Έχει μηδενική τιμή.
 β) Είναι διάφορη του μηδενός και έχει φορά προς τα δεξιά.
 γ) Είναι διάφορη του μηδενός και έχει φορά προς τα αριστερά.

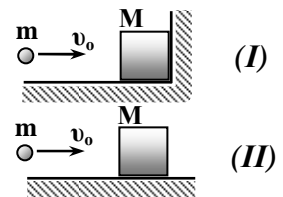
2.A. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση από τις πιο πάνω.

Μονάδες 2

2.B. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 7

3. Το ξύλινο σώμα στα δύο διπλανά σχήματα έχει μάζα M και είναι αρχικά ακίνητο. Το βλήμα έχει μάζα m , ταχύτητα v_0 και σφηνώνεται και στις δύο περιπτώσεις στο ξύλινο σώμα. Το ποσό θερμότητας που εκλύεται κατά τη συσσωμάτωση είναι:



- α) Μεγαλύτερο στην περίπτωση (I).
 β) Μεγαλύτερο στην περίπτωση (II).
 γ) Ίδιο και στις δύο περιπτώσεις.

3.A. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση από τις πιο πάνω.

Μονάδες 2

3.B. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 3^ο:

Πυκνωτής χωρητικότητας $C=10^{-4}\text{F}$ φορτίζεται σε τάση $V_C=200\text{Volt}$ και στη συνέχεια συνδέεται με ιδανικό πηνίο L . Το φορτίο του τότε αρχίζει να μεταβάλλεται σύμφωνα με τη σχέση $q=Q\cdot\text{συν}(\omega t)$. Τη χρονική στιγμή $t_1=0,03\pi\text{s}$ μετά την έναρξη της ταλάντωσης, η ενέργειά του έχει μετατραπεί για δεύτερη φορά εξ ολοκλήρου σε ενέργεια μαγνητικού πεδίου.

- α) Να υπολογίσετε την περίοδο T της ταλάντωσης.

Μονάδες 5

- β) Να υπολογίσετε τον συντελεστή αυτεπαγωγής L του πηνίου και τη μέγιστη τιμή I της έντασης του ρεύματος.

Μονάδες 6

- γ) Κάποια στιγμή πριν από την t_1 , το φορτίο του πυκνωτή έχει γίνει $q=+Q/2$. Να βρείτε τότε τις τιμές των τάσεων v_C και v_L στα άκρα του πυκνωτή και του πηνίου, καθώς και τον ρυθμό μεταβολής του ρεύματος.

Μονάδες 6

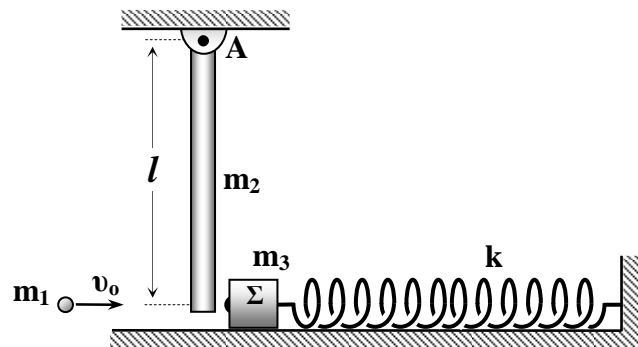
- δ) Με ποιο ρυθμό μεταβάλλεται την ίδια στιγμή η ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή;

Μονάδες 8

Δίνεται: $\sqrt{3} \approx 1,7$ και $\pi = 3,14$

ΘΕΜΑ 4^ο

Το σώμα Σ στο διπλανό σχήμα έχει μάζα m_3 και ισορροπεί πάνω στο λείο οριζόντιο επίπεδο, δεμένο στο άκρο ιδανικού ελατηρίου. Ο άξονας του ελατηρίου είναι οριζόντιος και διέρχεται από το κέντρο μάζας του σώματος. Το ελατήριο έχει σταθερά k και το άλλο του άκρο είναι στερεωμένο στον τοίχο.



Η λεπτή ράβδος μήκους l και μάζας m_2 ισορροπεί κατακόρυφα και μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το πάνω άκρο της A . Το επίπεδο περιστροφής της είναι κατακόρυφο και περιέχει τον άξονα του ελατηρίου. Στη θέση ισορροπίας της το κάτω άκρο της είναι σχεδόν σε επαφή με το σώμα Σ .

Το βλήμα μάζας m_1 κινείται οριζόντια και τη στιγμή που συγκρούεται με τη ράβδο έχει ταχύτητα v_0 που ο φορέας της συμπίπτει με τον άξονα του ελατηρίου. Η κρούση είναι πλαστική και το βλήμα σφηνώνεται στη ράβδο, στο κάτω της άκρο.

Αμέσως μετά την πρώτη αυτή κρούση, ακολουθεί νέα κρούση, μεταξύ του συσσωματώματος και του σώματος Σ . Το συσσωμάτωμα μετά από τη δεύτερη κρούση παραμένει ακίνητο.

Οι δύο κρούσεις έχουν ασήμαντη διάρκεια και γίνονται διαδοχικά, η δεύτερη αμέσως μετά την πρώτη. Ζητούνται τα εξής:

- α) Να υπολογίσετε το ποσοστό κατά το οποίο ελαττώθηκε η κινητική ενέργεια του συστήματος αμέσως μετά την πρώτη κρούση.

Μονάδες 7

β) Να εξετάσετε αν η δεύτερη κρούση είναι ελαστική ή ανελαστική.

Μονάδες 6

γ) Το ελατήριο μετά τη δεύτερη κρούση συμπιέζεται από το σώμα Σ. Να υπολογίσετε τη μέγιστη συσπίρωσή του. Σε πόσο χρόνο μετά τη δεύτερη θα επακολουθήσει και τρίτη κρούση;

Μονάδες 6

δ) Πόση είναι η μέγιστη γωνία εκτροπής του διαμήκη άξονα της ράβδου από την κατακόρυφη, μετά την τρίτη κρούση;

Μονάδες 6

*ε) (Προαιρετικό). Σε ποια θέση μεγιστοποιείται το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής του συστήματος των τριών σωμάτων ως προς το σημείο Α και ποια είναι τότε η τιμή του μέτρου αυτού;

Μονάδες ☺

Δίνονται: $m_1=m$, $m_2=3\cdot m$, $m_3=2\cdot m$, όπου: $m=0,2\text{kg}$

$k=160\text{N/m}$, $l=2\text{m}$, $v_0=10\text{m/s}$, $g=10\text{m/s}^2$, $\pi = 3,14$

Ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής της:

$$I_{(A)} = \frac{1}{3}\cdot m_2\cdot l^2$$

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ !**ΟΔΗΓΙΕΣ (για τους εξεταζόμενους)**

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). **Να μην αντιγράψετε τα θέματα στο τετράδιο.**
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Καμιά άλλη σημείωση δεν επιτρέπεται να γράψετε.**
Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας σε όλα** τα θέματα.
4. Να γράψετε τις απαντήσεις σας μόνο με μπλε ή μόνο με μαύρο στυλό. Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε μολύβι μόνο για σχέδια, διαγράμματα και πίνακες.
5. Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
6. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
7. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: δύο ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.

ΣΥΝΤΟΜΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣΘΕΜΑ 1^ο:

(1.) → (γ) (2.) → (γ) (3.) → (δ) (4.) → (γ)

(5.) (α) → Λ (β) → Λ (γ) → Λ (δ) → Λ (ε) → Λ

ΘΕΜΑ 2^ο:

(1.) (1.A) → (α)

(1.B) → Από το διάγραμμα: $y_1=10\eta\mu(\omega t)$ και $y_2=10\sqrt{3}\eta\mu(\omega t+\pi/2)$ οπότε η σύνθεσή τους είναι $y=y_1+y_2=A\eta\mu(\omega t+\theta)$ όπου:

$$A = \sqrt{(10\sqrt{3})^2 + 10^2} \text{ cm} = 20\text{cm} \quad \text{και} \quad \varepsilon\varphi\theta = \frac{10\sqrt{3}}{10} = \sqrt{3} \rightarrow \theta = \pi/3$$

(2.) (2.A) → (α)

(2.B) → Από τους νόμους του Νεύτωνα για μεταφορική και στροφική κίνηση:

$$\Sigma \mathbf{F} = \mathbf{M} \cdot \mathbf{a}_{\text{cm}} \rightarrow \mathbf{F} - \mathbf{T}_{\sigma\tau} = \mathbf{M} \cdot \mathbf{a}_{\text{cm}}$$

$$\Sigma \boldsymbol{\tau} = \mathbf{I} \cdot \mathbf{a}_{\gamma\omega\nu} \xrightarrow{a_{\gamma\omega\nu} = a_{\text{cm}}/R} \mathbf{F} \cdot \mathbf{R} + \mathbf{T}_{\sigma\tau} \cdot \mathbf{R} = \mathbf{M} \cdot \mathbf{R}^2 \cdot \mathbf{a}_{\text{cm}} / \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{F} + \mathbf{T}_{\sigma\tau} = \mathbf{M} \cdot \mathbf{a}_{\text{cm}}$$

και με συνδυασμό προκύπτει $\boxed{\mathbf{T}_{\sigma\tau} = \mathbf{0}}$

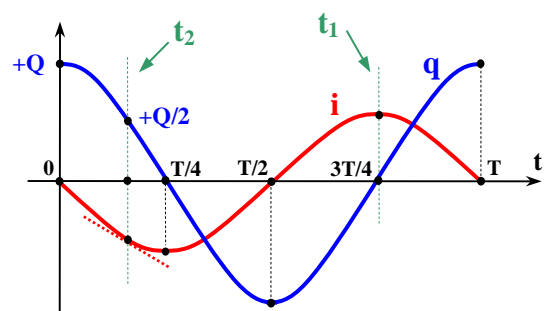
(3.) (3.A) → (α)

(2.B) → Στην (I) ισχύει: $Q_1 = K_{\text{πριν}} - K_{\text{μετά}} \rightarrow Q_1 = 1/2 \cdot \mathbf{m} \cdot \mathbf{v}_0^2$ διότι $K_{\text{μετά}} = 0$ Στην (II) όμως, λόγω διατήρησης ορμής: $\mathbf{m} \cdot \mathbf{v}_0 + 0 = (\mathbf{m} + \mathbf{M}) \cdot \mathbf{v}_\kappa \rightarrow \mathbf{v}_\kappa \neq 0$ άρα $Q_2 = K_{\text{πριν}} - K_{\text{μετά}} \rightarrow Q_2 = 1/2 \cdot \mathbf{m} \cdot \mathbf{v}_0^2 - 1/2 \cdot (\mathbf{m} + \mathbf{M}) \cdot \mathbf{v}_\kappa^2$ και προφανώς $\boxed{Q_1 > Q_2}$ ΘΕΜΑ 3^ο:(α) Από το διάγραμμα: $t_1=3T/4 \rightarrow$

$$\boxed{\Gamma = 0,04\pi \text{ s}}$$

(β) $\omega = 2\pi/T \rightarrow \boxed{\omega = 50 \text{ r/s}}$

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \rightarrow \boxed{L = 4 \text{ H}}$$

 $I = \omega \cdot Q$ και $Q = C \cdot V_C \rightarrow \boxed{I = 1 \text{ A}}$ (γ) Έστω t_2 η στιγμή όπου είναι $q = +Q/2$.Τότε $v_C = q/C \rightarrow \boxed{v_C = 100 \text{ V}}$ και από β' Kirchhoff $v_C + v_L = 0 \rightarrow \boxed{v_L = -v_C = -100 \text{ V}}$ 

Επίσης $|v_L| = |\epsilon_{\text{αυτ}}| = \left| L \frac{di}{dt} \right| \rightarrow \left| \frac{di}{dt} \right| = \frac{|v_L|}{L} = 25 \text{ A/s}$ και επειδή η συνάρτηση $i(t)$

είναι φθίνουσα στο σημείο αυτό: $\frac{di}{dt} = -25 \text{ A/s}$

(δ) Από τη διατήρηση της ενέργειας προκύπτει για την ένταση i του ρεύματος:

$$U_E + U_B = E \rightarrow \dots \rightarrow i = -\omega \sqrt{Q^2 - q^2} = -\frac{\sqrt{3}}{2} \text{ A}$$

Οπότε ο ζητούμενος ρυθμός είναι:

$$\frac{dU_E}{dt} = p_C = v_C \cdot i_C \rightarrow \frac{dU_E}{dt} = -50\sqrt{3} \text{ J/s}$$

ΘΕΜΑ 4^ο:

(α) Κρούση βλήματος – ράβδου: $\Sigma \tau_{\epsilon\xi(A)} = 0 \rightarrow L_{\text{πριν}} = L_{\text{μετά}} \rightarrow m_1 \cdot v_0 \cdot l = I \cdot \omega$

όπου $I = \frac{1}{3} \cdot m_2 \cdot l^2 + m_1 \cdot l^2 = \dots \rightarrow I = 2 \cdot m \cdot l^2$ και με αντικατάσταση: $\omega = \frac{v_0}{2 \cdot l}$

Οπότε: $K_{\text{πριν}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2$, $K_{\text{μετά}} = \frac{1}{2} \cdot I \cdot \omega^2 = \frac{1}{4} \cdot m \cdot v_0^2$

και το ζητούμενο ποσοστό είναι: $\pi\% = 100\% \cdot (K_{\text{πριν}} - K_{\text{μετά}}) / K_{\text{πριν}} = 50\%$

(β) Κρούση συσσωματώματος – σώματος Σ : $\Sigma \tau_{\epsilon\xi(A)} = 0 \rightarrow$

$$L_{\text{πριν}} = L_{\text{μετά}} \rightarrow I \cdot \omega = m_3 \cdot v \cdot l \rightarrow 2 \cdot m \cdot l^2 \cdot v_0 / (2 \cdot l) = 2 \cdot m \cdot v \cdot l \rightarrow v = v_0 / 2 = 5 \text{ m/s}$$

Η κινητική ενέργεια μετά τη 2^η κρούση είναι: $K_2 = \frac{1}{2} \cdot m_3 \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot 2m \cdot v_0^2 / 4$ ή

$K_2 = \frac{1}{4} \cdot m \cdot v_0^2$ δηλαδή όση και πριν από τη 2^η κρούση, επομένως η κρούση είναι ελαστική.

(γ) Συσπείρωση ελατηρίου: $U_{\text{max}} = K_2 \rightarrow \frac{1}{2} \cdot k \cdot \Delta l^2 = \frac{1}{4} \cdot m \cdot v_0^2 \rightarrow \Delta l = 0,25 \text{ m}$

Ο ζητούμενος χρόνος είναι μισή περίοδος ΓΑΤ:

$$\Delta t = T/2 = \pi \sqrt{\frac{m_3}{k}} \rightarrow \Delta t = \frac{\pi}{20} \text{ s}$$

(δ) 3^η κρούση (ελαστική):

$$m_3 \cdot v \cdot l = m_3 \cdot v' \cdot l + I \cdot \omega \rightarrow v - v' = l \cdot \omega$$

$$\frac{1}{2} \cdot m_3 \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot m_3 \cdot v'^2 + \frac{1}{2} \cdot I \cdot \omega^2 \rightarrow v^2 - v'^2 = l^2 \cdot \omega^2 \rightarrow v + v' = l \cdot \omega \rightarrow \begin{cases} v' = 0 \\ \omega = v/l \end{cases}$$

Αν είναι h το ύψος που θα ανέλθει το άκρο της ράβδου, τότε το μέσο της θα ανέλθει κατά $h/2$. Από την ΑΔΜΕ έχουμε:

$$\frac{1}{2} \cdot I \cdot \omega^2 + m_2 \cdot g \cdot l/2 = m_2 \cdot g \cdot (l+h)/2 + m_1 \cdot g \cdot h \rightarrow h = 1 \text{ m}$$

και $\sin \varphi = (l - h) / l = 0,5$ άρα $\varphi = 60^\circ$

$$*(\epsilon) \left| \frac{dL_{\text{συστ}}}{dt} \right|_{(\text{max})} = \Sigma \tau_{\epsilon\xi \text{ωτ, max}(A)} = F_{\epsilon \lambda \alpha \tau, \text{max}} \cdot l = k \cdot \Delta l \cdot l \rightarrow \left| \frac{dL_{\text{συστ}}}{dt} \right|_{(\text{max})} = 80 \text{ Nm}$$