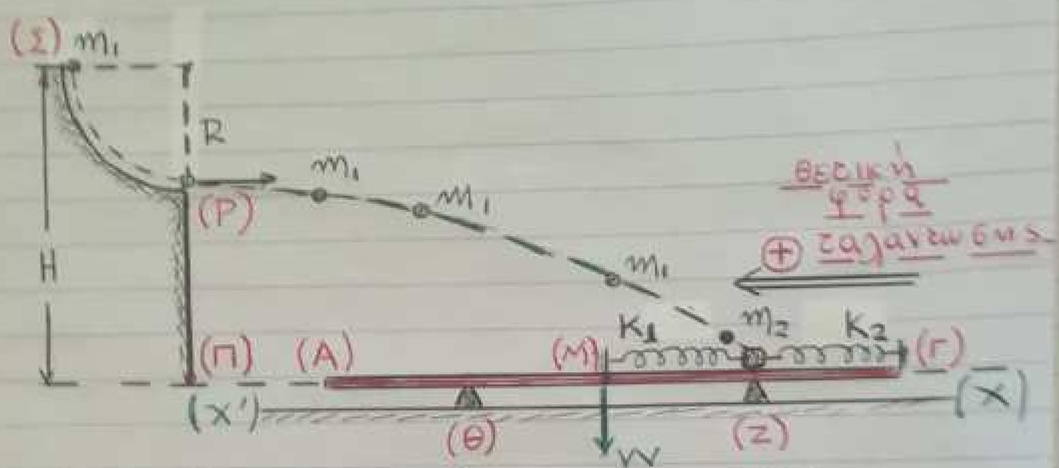
Ισορροπία ράβδου, αατ και μέγιστο βεληνεκές

ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ ΡΑΒΔΟΥ – ΑΠΛΗ ΑΡΜΟΝΙΚΗ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗ ΚΑΙ ΜΕΓΙΣΤΟ ΒΕΛΗΝΕΚΕΣ -



Η ομογενής σανίδα μήκους $(ΑΓ)=L=1{,}6m$ ηρεμεί με τη βοήθεια δυο στηριγμάτων που βρίσκονται στα σημεία (Θ) και (Ζ). Πάνω ακριβώς από το στήριγμα (Ζ) ηρεμεί σώμα μάζας (m_2) που είναι δεμένο σε δυο ελατήρια $k_1=50\,N/m$ και $k_2=150\,N/m$. Τα ελεύθερα άκρα των ελατηρίων είναι ακλόνητα στερεωμένα στα σημεία (Μ) και (Γ). Στη θέση ισορροπίας το ελατήριο (k_1) είναι επιμηκυμένο κατά $\Delta l_1=0{,}3m$. Μικρή σφαίρα $m_1=1kg$ βρίσκεται σε ύψος $H=1{,}6m$ από το οριζόντιο επίπεδο $x'x$ της σανίδας. Η σφαίρα αρχίζει να ολισθαίνει, χωρίς αρχική ταχύτητα, σε λείο τεταρτοκύκλιο ακτίνας (R). Μετά το σημείο (Ρ) η σφαίρα εκτελεί οριζόντια βολή και τη στιγμή $t_0=0$ συγκρούεται ακαριαία-πλαστικά με το σώμα (m_2). Κατά την κρούση η απώλεια της κινητικής ενέργειας του συστήματος των δυο σωμάτων είναι: 75%. Θεωρούμε ότι το συσσωμάτωμα δεν αναπηδά κατά την κρούση και οι αντιστάσεις αέρα είναι αμελητέες.

Δίνονται: $(A\Theta) = (\Theta M) = (MZ) = (Z\Gamma) = \frac{L}{4}$, $g = 10\ m/sec^2$, $R < H$.

α) Να βρείτε την ακτίνα (R) του τεταρτοκυκλίου ώστε το βεληνεκές της σφαίρας μέχρι το οριζόντιο επίπεδο $x'x$ να είναι το μέγιστο δυνατό. Πόση πρέπει να είναι η απόσταση (ΠΖ) ώστε η σφαίρα να συγκρουστεί με το σώμα;

β) Να αποδείξετε ότι το συσσωμάτωμα μετά την κρούση θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση και να γράψετε την εξίσωση $x = f(t)$.

γ) Να βρείτε το ελάχιστο βάρος της σανίδας (w), έτσι ώστε αυτή να μην ανατρέπεται σε όλη τη διάρκεια της ταλάντωσης του συσσωματώματος.

δ) Να βρείτε το ρυθμό μεταβολής της δυναμικής ενέργειας ταλάντωσης του συσσωματώματος και το ρυθμό μεταβολής της ορμής της σφαίρας τη χρονική στιγμή $t_1 = \frac{7\pi}{60}$ (sec).

ε) Πόσο είναι το έργο της δύναμης που ασκεί το ελατήριο (k_2) στο συσσωμάτωμα από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι τη στιγμή (t_1);

Δίνονται: $ημ\frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$ και $συν\frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

- Τα ελατήρια είναι αβαρή.

Καλή Επιτυχία

ΑΡΤΕΜΗΣ ΣΑΡΑΝΤΗΣ

ΦΥΣΙΚΟΣ

ΛΥΣΗ.-

Βεληνεκές: $S=\sqrt{2gR}\sqrt{\frac{2(H-R)}{g}} \Rightarrow S^2=4R(H-R) \Rightarrow$

$\Rightarrow 4R^2-6{,}4R+S^2=0$

$\Delta \geq 0 \Rightarrow 6{,}4^2 \geq 16S^2 \Rightarrow 6{,}4 \geq 4S \Rightarrow S_{max}=1{,}6m$

$R=\frac{6{,}4}{8}=0{,}8m.$ $\quad U_P=\sqrt{2gR}=4\,m/sec$

$H-R=0{,}8m.$ $\quad t_{\pi T}=0{,}4sec$

$U_y=g\,t_{\pi T}=4\,m/sec$ και $U_1=\sqrt{U_P^2+U_y^2}=4\sqrt{2}\,m/sec$

$\frac{\frac{1}{2}m_1U_1^2-\frac{1}{2}(m_1+m_2)U_K^2}{\frac{1}{2}m_1U_1^2}=\frac{3}{4}$ και $m_1U_P=(m_1+m_2)U_{ΚΟΙΝΗ}$

Από τη λύση του συστήματος έχουμε:

$m_2=1kg$ και $U_{ΚΟΙΝΗ}=2m/sec=U_{max}$ (ταλάντωσης)

$\omega=\sqrt{\frac{k_1+k_2}{m}}=10\,\frac{rad}{sec}$. Άρα $A=0{,}2m.$-

Θ.Ι.: $k_1\Delta\ell_1=k_2\Delta\ell_2 \Rightarrow \Delta\ell_2=0{,}1m.$

Σε μια τυχαία θέση (x) κατά τη δεξιά φορά έχουμε: $\Sigma F=F_1-F_2=k_1(0{,}3-x)-k_2(0{,}1+x)$

$\Sigma F=-(k_1+k_2)\cdot x$. Άρα $D_{ΣΥΣΤΗΜΑ}=k_1+k_2=200\frac{N}{m}$ -

$D_{ΣΦΑΙΡΑΣ}=m_1\omega^2=100\,N/m$

$t_0=0$: $x=0$ και $U_{ΚΟΙΝΗ}=-2m/sec$ άρα $\varphi_0=\pi$. -

$x=0{,}2\,ημ(10t+\pi)$

$\Sigma\tau_{(Z)}\geq 0 \Rightarrow W\frac{L}{4}\geq(m_1+m_2)gA \Rightarrow W\geq 10N$.-

$t_1=\frac{7\pi}{60}sec \Rightarrow x_1=0{,}1m$ και $U_1=\sqrt{3}\,m/sec$

$\frac{dU_{ΤΑΛ}}{dt}=-\frac{dK_{ΤΑΛ}}{dt}=+(k_1+k_2)x_1U_1=+20\sqrt{3}\,$ J/sec

$\left.\frac{dP}{dt}\right\}_{σφαίρας}=\Sigma F_{ΣΦ}=-D_{ΣΦ}\cdot x=-10N.$

$W_{F_{ελ}(2)}=U^{ΑΡΧ}_{Ελατ(2)}-U^{ΤΕΛ}_{Ελατ(2)}=-\frac{9}{4}$ Joule

ΑΡΤΕΜΗΣ ΣΑΡΑΝΤΗΣ
ΦΥΣΙΚΟΣ.-