

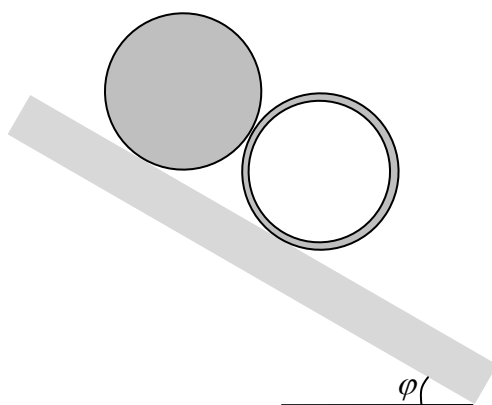
Κυλινδρικός φλοιός και κύλινδρος

Σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης ϕ αφήνονται ένας κυλινδρικός φλοιός και ένας κύλινδρος ίδιας μάζας m και ίδιας ακτίνας R όπως φαίνεται στο σχήμα. Θεωρώντας ότι τα σώματα κυλίσουν στο κεκλιμένο επίπεδο και ολισθαίνουν μεταξύ τους (συντελεστής τριβής μ), υπολογίστε,

A) Την επιτάχυνση του κέντρου μάζας των σωμάτων.

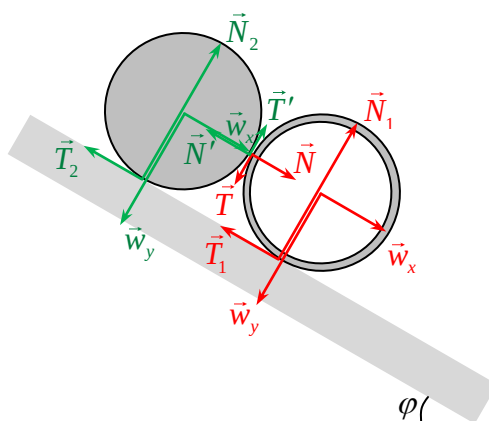
B) Τις δυνάμεις που ασκούνται στα σώματα.

Γ) Ποια σχέση πρέπει να ισχύει μεταξύ της γωνίας ϕ και του συντελεστή τριβής ολίσθησης μεταξύ των σωμάτων ώστε να είναι δυνατή η κίνηση που περιγράφεται.



Σύντομη λύση

(A),(B)



$$|\vec{N}| = |\vec{N}'| = N \quad |\vec{T}| = |\vec{T}'| = T$$

Κυλινδρικός φλοιός:

$$\sum F_x = ma \Rightarrow mg\eta\mu\phi + N - T_1 = ma \quad (1)$$

$$\sum \tau = I_\phi a_\gamma \Rightarrow (T_1 - T)R = mR^2 a_\gamma \Rightarrow T_1 - T = ma \quad (2)$$

Κύλινδρος:

$$\sum F_x = ma \Rightarrow mg\eta\mu\phi - N - T_2 = ma \quad (3)$$

$$\sum \tau = I_K a_\gamma \Rightarrow (T_2 - T)R = \frac{1}{2} mR^2 a_\gamma \Rightarrow T_2 - T = \frac{1}{2} ma \quad (4)$$

$$(1),(2) \Rightarrow mg\eta\mu\phi + N - T = 2ma \quad (5)$$

$$(3),(4) \Rightarrow mg\eta\mu\phi - N - T = \frac{3}{2} ma \quad (6)$$

Αντικαθιστώντας $T = \mu N$,

$$(5),(6) \Rightarrow \frac{mg\eta\mu\phi + N(1-\mu)}{mg\eta\mu\phi - N(1+\mu)} = \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{2N}{mg\eta\mu\phi - N(1+\mu)} = \frac{1}{3} \Rightarrow$$

$$\boxed{N = \frac{1}{\mu+7} mg\eta\mu\phi}$$

Αντικαθιστώντας στις προηγούμενες εξισώσεις βρίσκουμε και τις εκφράσεις των υπολοίπων μεγεθών.

$$\boxed{T = \frac{\mu}{\mu+7} mg\eta\mu\varphi}, \quad \boxed{a = \frac{4}{\mu+7} g\eta\mu\varphi}, \quad \boxed{T_1 = \frac{\mu+4}{\mu+7} mg\eta\mu\varphi}, \quad \boxed{T_2 = \frac{\mu+2}{\mu+7} mg\eta\mu\varphi}$$

$$\boxed{N_1 = \left(\sigma\upsilon\nu\varphi + \frac{\mu}{\mu+7} \eta\mu\varphi \right) mg}, \quad \boxed{N_2 = \left(\sigma\upsilon\nu\varphi - \frac{\mu}{\mu+7} \eta\mu\varphi \right) mg}$$

Γ.

Πρέπει $N_2 > 0$, άρα, $\varepsilon\varphi\varphi < \frac{\mu+7}{\mu}$

Παρατήρηση:

Ανεξάρτητα από την τιμή του συντελεστή οριακής τριβής μεταξύ των δύο σωμάτων, αυτά θα ολισθαίνουν μεταξύ τους. Σε διαφορετική περίπτωση το σύστημα θα ισορροπεί.

Τότε θα έχουμε,

Κυλινδρικός φλοιός:

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow mg\eta\mu\varphi + N - T_1 = 0$$

$$\sum \tau = 0 \Rightarrow (T_1 - T)R = 0 \Rightarrow T_1 = T$$

Κύλινδρος:

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow mg\eta\mu\varphi - N - T_2 = 0$$

$$\sum \tau = 0 \Rightarrow (T_2 - T)R = 0 \Rightarrow T_2 = T$$

Το παραπάνω σύστημα δίνει $N = T = T_1 = T_2 = 0$. **Αδύνατο!**

Σπύρος Χόρτης