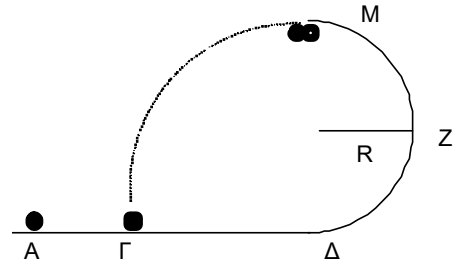


Η ανάρτηση αυτή αφιερώνεται στον Ανδρέα Ριζόπουλο, ο οποίος πολύ καλά κάνει και μας θυμίζει την πραγματικότητα στην οποία οι μαθητές της Β Λυκείου θα έδιναν προαγωγικές εξετάσεις!

Σώμα μάζας $2m$ βάλλεται από το σημείο Α λείου οριζοντίου επιπέδου με ταχύτητα u_0 . Το σώμα στην πορεία του συναντά στο σημείο Γ δεύτερο ακίνητο σώμα μάζας m και συγκρούεται με αυτό πλαστικά. Το συσσωμάτωμα διαγράφει ημικύκλιο και έχει την ελάχιστη ταχύτητα ώστε μόλις κάνει ανακύκλωση. Στη συνέχεια το συσσωμάτωμα εκτελεί οριζόντια βολή και ξαναπέφτει στο σημείο Γ. Να υπολογιστούν συναρτήσει των m και R :

- η u_0
- ο χρόνος κίνησης από το Γ στο Δ
- η μεταβολή της ορμής του σώματος $2m$ κατά την κρούση
- η μεταβολή της ορμής του συσσωματώματος από τη χρονική στιγμή που ξεκινά από το σημείο Γ μέχρι τη χρονική στιγμή που επιστρέφει σε αυτό
- ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του συσσωματώματος στο σημείο Z

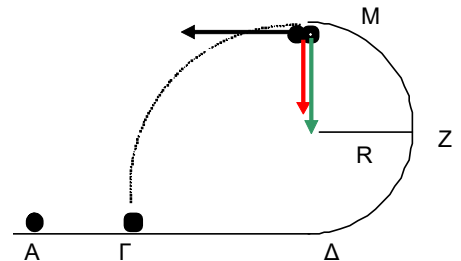


Λύση:

Η ταχύτητα στο σημείο M ώστε οριακά να γίνει ανακύκλωση, βρίσκεται από τη συνθήκη κεντρομόλου δύναμης

$$N + W = \frac{mv_M^2}{R}, \text{ μηδενίζοντας το } N, \text{ οπότε } v_M = \sqrt{gR}$$

ο χρόνος πτώσης είναι $t_{\text{πτώσης}} = \sqrt{\frac{4R}{g}}$



επομένως το $\Gamma\Delta$ ως βεληνεκές είναι $\Gamma\Delta = v_M t_{\text{πτώσης}} = 2R$

Η ταχύτητα στο σημείο Δ βρίσκεται με $A\Delta M E$ $K_{\Delta} + U_{\Delta} = K_M + U_M$, άρα $u_{\Delta} = \sqrt{5gR}$

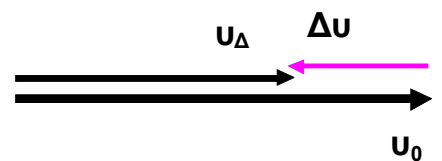
άρα ο χρόνος κίνησης από το Γ στο Δ: $t_{\Gamma\Delta} = \sqrt{\frac{4R}{5g}}$

η ταχύτητα u_0 θα βρεθεί από $A\Delta O$: $2mu_0 = 3mu_{\Delta}$,

άρα $u_0 = \frac{3}{2}\sqrt{5gR}$

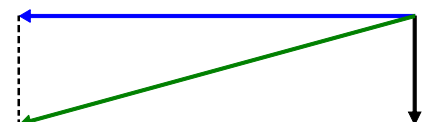
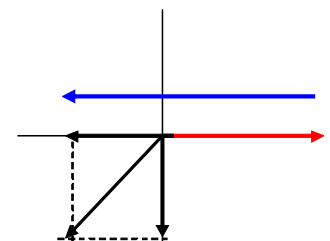
η μεταβολή της ορμής του σώματος $2m$: $\Delta\vec{P} = \vec{P}_{\Delta} - \vec{P}_0$

έχει μέτρο $2m(u_{\Delta} - u_0) = m\sqrt{5gR}$



Όταν το συσσωμάτωμα επιστρέφει στο σημείο Γ έχει ταχύτητα μέτρου πάλι $\sqrt{5gR}$, η οποία αναλύεται σε δυο συνιστώσες (μαύρα βέλη). Η οριζόντια έχει μέτρο \sqrt{gR} και η κατακόρυφη $\sqrt{4gR}$. Επομένως η μεταβολή της ορμής (πράσινη) υπολογιζόμενη κατά άξονες έχει μέτρο $\Delta P = 3m\sqrt{(\sqrt{gR} + \sqrt{5gR})^2 + 4gR}$ και

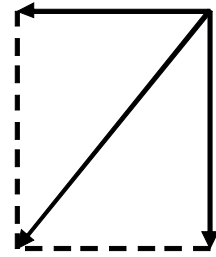
$$\epsilon\phi\theta = \frac{\sqrt{4gR}}{\sqrt{gR} + \sqrt{5gR}}$$



η ταχύτητα στο σημείο Z είναι $\sqrt{3gR}$

ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του συσσωματώματος στο σημείο Z ισούται με τη συνισταμένη της

$$N = m \frac{v_Z^2}{R} = 3mg \text{ (οριζόντια) και του βάρους } mg$$



παρατήρηση:

Η ποσότητα ταχύτητας $\sqrt{4gR}$, που είναι αυτή που διαφοροποιείται από το κατώτερο στο ανώτερο σημείο της τροχιάς, δέχεται ώθηση από N και W η οποία μεταβάλλει την κατεύθυνσή της, όχι όμως το μέτρο της.