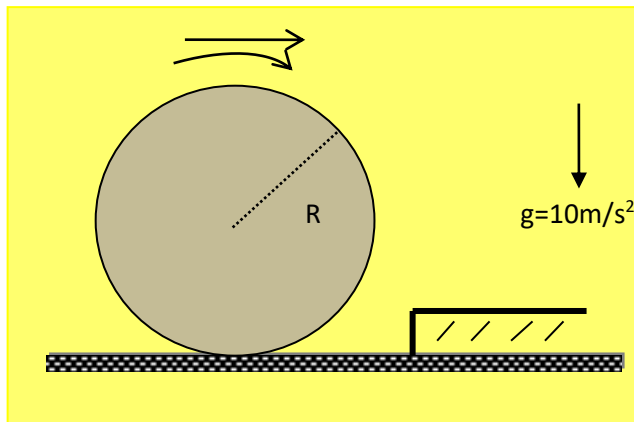


Ελάχιστη ταχύτητα υπερπήδησης σκαλοπατιού



Ο ομογενής συμπαγής κύλινδρος του σχήματος κυλιέται χωρίς ολίσθηση στο οριζόντιο δάπεδο . Στο διάβη του συναντά σκαλοπάτι $h=0,2R$ που μόλις το υπερπηδά χωρίς να ολισθήσει στην κόχη του. Αν η ακτίνα του κυλίνδρου είναι $R \approx 1,13m$ τότε η ταχύτητά του πριν την επαφή με το σκαλοπάτι είναι :

α) 2m/s

β) 4,1m/s

γ) 2,74m/s

Πηγή: (University of Wisconsin)

A uniform solid ball of radius a rolling with velocity v on a level surface collides inelastically with a step of height $h < a$. Find, in terms of h and a , the minimum velocity for which the ball will "trip" up over the step. Assume that no slipping occurs at the impact point .

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Στην άσκηση αυτή δεν υπάρχουν απώλειες λόγω τριβής ,όμως υπάρχει κρούση του κυλίνδρου με το σκαλοπάτι. Η στροφορμή του σώματος ως προς το σημείο Λ της κόχης του σκαλοπατιού διατηρείται

$L_{\text{πριν}} = L_{\text{μετά}} \rightarrow m u(R-h) + \lambda m R^2 \omega = \omega' (\lambda m R^2 + m R^2)$ (1) , όπου $u = \omega R$ λόγω κύλισης χωρίς ολίσθηση και $\lambda =$ συντελεστής κατανομής μάζας.

Από ΘΜΚΕ για άνοδο

$$K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = -mg h \quad \text{όπου } K_{\text{τελ}} = 0 \quad \text{έχουμε : } \mathbf{0,5(\lambda+1)m R^2 \omega'^2 = mg\kappa R}$$
 (2)

όπου $\kappa = h/R$

Από (1) έχουμε: $m\omega R^2 (1-\kappa) + \lambda m R^2 \omega = \omega' m R^2 (\lambda+1) \rightarrow \omega' = \omega(\lambda+1-\kappa)/(\lambda+1)$

Με αντικατάσταση στη (2) έχουμε : $u = v [2(\lambda+1)\kappa g R]/(\lambda+1-\kappa)$

Οπότε για $\lambda=0,5$ (συμπαγής κύλινδρος) και $\kappa=0,2$ προκύπτει $u \approx 2m/s$.