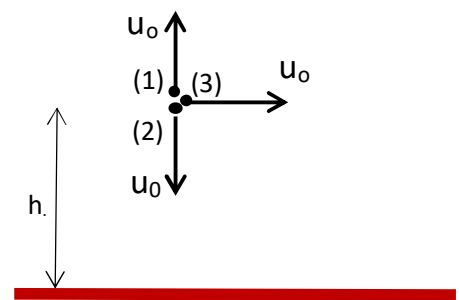


ΤΡΙΑ Η΄ ΠΕΡΙΣΣΟΤΕΡΑ ΣΩΜΑΤΑ - ΒΟΛΕΣ

Παράδειγμα.

Τρία σώματα (1), (2), (3) αμελητέων διαστάσεων βάλονται ταυτόχρονα από το ίδιο ύψος h με αρχικές ταχύτητες ίδιου μέτρου u_0 , κατακόρυφα προς τα πάνω, κατακόρυφα προς τα κάτω και οριζόντια αντίστοιχα.

Αν θεωρήσουμε τη δύναμη από τον αέρα στα σώματα μηδενική, να αποδείξετε ότι τα σώματα κάθε στιγμή βρίσκονται στην περιφέρεια του ίδιου κύκλου.



Απάντηση

Τη χρονική στιγμή $t=0$ εκτοξεύονται τα σώματα από το σημείο 0.

Θεωρούμε άξονα ψ_1 για το σώμα (1) με θετικά προς πάνω, άξονα ψ_2 για το σώμα (2) με θετικά προς τα κάτω και άξονες x_3, ψ_3 για το σώμα (3) με θετικά προς τα δεξιά και προς τα κάτω αντίστοιχα.

Τη χρονική στιγμή $t=t_1$

το σώμα (1) έχει μετατόπιση $\psi_{1(1)} = u_0 t_1 - \frac{1}{2} g t_1^2$,

το σώμα (2) έχει μετατόπιση $\psi_{2(2)} = u_0 t_1 + \frac{1}{2} g t_1^2$

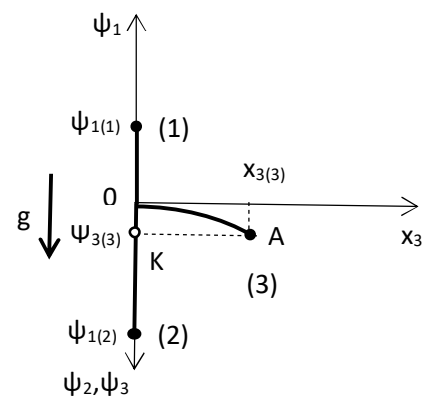
και το σώμα (3) βρίσκεται στο σημείο A με συντεταγμένες στους άξονές του x_3, ψ_3

$$x_{3(3)} = u_0 t_1, \quad \psi_{3(3)} = \frac{1}{2} g t_1^2$$

Η απόσταση μεταξύ των σωμάτων (1), (2) είναι $d = \psi_{1(1)} + \psi_{2(2)} = u_0 t_1 - \frac{1}{2} g t_1^2 + u_0 t_1 + \frac{1}{2} g t_1^2 \Rightarrow$

$d = 2 u_0 t_1$. Το μέσο της απόστασης d είναι το σημείο K στο σχήμα και απέχει $R = d/2 = u_0 t_1$ από τα σώματα (1) (2) και $\frac{1}{2} g t_1^2$ από το 0 γιατί

$$K0 = \psi_{2(2)} - R = u_0 t_1 + \frac{1}{2} g t_1^2 - R \Rightarrow K0 = u_0 t_1 + \frac{1}{2} g t_1^2 - u_0 t_1 \Rightarrow K0 = \frac{1}{2} g t_1^2$$



Η μετατόπιση του σώματος (3) στον άξονα ψ_3 είναι $\psi_{3(3)} = \frac{1}{2} g t_1^2$, ισούται με την απόσταση KO και από το ορθ. παραλληλόγραμμο $KAx_{3(3)}O$ το μήκος $KA = x_{3(3)} = u_0 t_1$.

Επομένως τα σώματα απέχουν την ίδια απόσταση $u_0 t_1$ από το σημείο K που είναι το κέντρο του κύκλου K

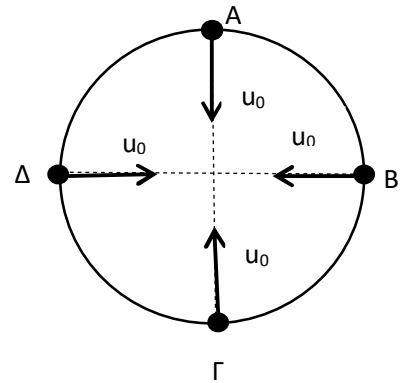
(Η παλιά έκδοση του θέματος ήταν:

Άπειρα σημειακά σώματα εκτοξεύονται ταυτόχρονα από ένα ύψος προς όλες της κατευθύνσεις. Να αποδειχθεί ότι τα σώματα κάθε στιγμή βρίσκονται στην επιφάνεια σφαίρας)

Εφαρμογή

Τέσσερα μικρά σώματα εκτοξεύονται ταυτόχρονα από τα σημεία A, B, Γ, Δ ενός κύκλου προς το κέντρο του, με ταχύτητες ίσου μέτρου u_0 . Ο κύκλος βρίσκεται σε κατακόρυφο επίπεδο και τα σώματα κινούνται με την επίδραση μόνο του βάρους τους. Η διάμετρος $A\Gamma$ είναι κατακόρυφη και η διάμετρος $B\Delta$ είναι οριζόντια.

Να αποδειχθεί ότι όλα τα σώματα θα συναντηθούν στο ίδιο σημείο την ίδια χρονική στιγμή.



pananasgiannis@yahoo.gr