# ***<u>ΑΣΚΗΣΗ ΣΤΟΥΣ ΑΣΤΕΡΕΣ ΝΕΤΡΟΝΙΩΝ</u>***

Το νετρόνιο είναι ένα πυρηνικό σωματίδιο με μάζα $m_n$ = 1,675x$10^{-27}$ kg και ακτίνα $r_n$ = 0,8 fm = 0,8x$10^{-15}$ m.

Ένας αστέρας νετρονίων έχει την ίδια πυκνότητα με ένα νετρόνιο. Ο αστέρας προήλθε από την βαρυτική κατάρρευση του πυρήνα ενός ερυθρού υπεργίγαντα αστέρα. Ο πυρήνας που κατέρρευσε είχε ακτίνα $R_Π$ = 5x$10^5$ km , μάζα $M_Π$ = 3$M_H$ όπου $M_H$ η μάζα του ήλιου και συμπλήρωνε μία περιστροφή σε 30 ημέρες. Παρατηρήσεις έχουν επιβεβαιώσει τη θεωρητική πρόβλεψη ότι η στροφορμή του πυρήνα που κατέρρευσε διατηρείται σταθερή σε όλη τη φάση της κατάρρευσης μέχρι τον σχηματισμό αστέρα νετρονίων.

**Α)** Να βρεθεί η πυκνότητα του αστέρα νετρονίων σε g/cm$^3$ και ή ακτίνα του.

**Β)** Να βρεθεί η περίοδος περιστροφής του αστέρα νετρονίων.

**Γ)** Η επιφανειακή θερμοκρασία του αστέρα είναι T = 6χ$10^6$ K. Να συγκρίνεται τη συνολική ισχύ που ακτινοβολείται από την επιφάνεια του αστέρα με την συνολική ισχύ που εκπέμπεται από την επιφάνεια του ήλιου.

**Δ)** Πόση μάζα περιέχει ένας κύβος από υλικό του αστέρα νετρονίων αν η κάθε πλευρά του κύβου είναι 1 cm.

**Ε)** Να βρεθεί η ταχύτητα διαφυγής από την επιφάνεια του αστέρα νετρονίων σαν συνάρτηση της ταχύτητας του φωτός.

**ΣΤ)** Σε απόσταση d = 4 AU από το κέντρο του αστέρα περιφέρεται σε κυκλική τροχιά ένας αέριος γίγαντας πλανήτης με μάζα $M_E$ = 2$M_J$ όπου $M_J$ η μάζα του πλανήτη Δία. Να βρεθεί η περίοδος περιφοράς του εξωπλανήτη γύρω από τον αστέρα του.

<u>**Δίνονται:**</u> Όγκος σφαίρας ακτίνας r $V_{σφ} = \frac{4}{3}πr^3$ , εμβαδόν επιφάνειας σφαίρας ακτίνας r $A_{σφ} = 4πr^2$ , ροπή αδράνειας ομογενούς σφαίρας μάζας M και ακτίνας r: $I = \frac{2}{5}Mr^2$ , μάζα ήλιου $M_H$ = 2x$10^{30}$ kg , ακτίνα ήλιου $R_H$ = 7x$10^5$ km , επιφανειακή θερμοκρασία ήλιου $T_H$ = 5800 K, θερμοκρασία αστέρα $T_A$ = 6χ$10^6$ K , G = 6,67x$10^{-11}$ Nm$^2$kg$^{-2}$ ,1 AU= 150.000.000 km, $M_J$ = 1,9χ$10^{27}$ kg , c = 3χ$10^5$ km/s

## ***<u>ΛΥΣΗ</u>***

**Α)** Όγκος νετρονίου: $V_n = \frac{4}{3}πr_n^3$ = 2,14357x$10^{-45}$ m$^3$

Πυκνότητα νετρονίου: $ρ_n = m_n/V_n$ = 7,8x$10^{18}$ kg/m$^3$ ή $ρ_n$ = 7,8x$10^{15}$ g/cm$^3$

Τόση θα είναι και η πυκνότητα $ρ_A$ του αστέρα νετρονίων

$$\mathbf{ρ_A = 7{,}8x10^{15}\ g/cm^3}$$

**Δηλαδή η πυκνότητα του αστέρα είναι της τάξης μεγέθους των ατομικών πυρήνων.**

Αλλά $\rho_A = M/V_A \Rightarrow V_A = 3M_H/\rho_A = (6χ10^{30}):(7,8χ10^{18}) = 7,7χ10^{11}$ $m^3$ και $V_A = \frac{4}{3}\pi R_A^3 \Rightarrow R_A = \sqrt[3]{\frac{3V_A}{4\pi}} \Rightarrow R_A = 5686$ m ή

$$\mathbf{R_A = 5,686\ km}$$

όπου $R_A$ η ζητούμενη ακτίνα του αστέρα νετρονίων.

**Β)** Από την αρχή διατήρησης της στροφορμής μεταξύ του πυρήνα και του αστέρα νετρονίων έχουμε: $L_Π = L_A \Rightarrow I_Π\omega_Π = I_A\omega_A \Rightarrow \frac{2}{5}MR_Π^2\omega_Π = \frac{2}{5}MR_A^2\omega_A \Rightarrow$ $\omega_A = (\frac{R_Π}{R_A})^2\omega_Π = (5χ10^5/5,686)^2\frac{1}{30χ24χ3600} = 2983$ στροφές/s αλλά $\omega_A = \frac{2\pi}{P_A} \Rightarrow$ $P_A = \frac{2\pi}{\omega_A} \Rightarrow P_A = 0,0021$ s ή

$$\mathbf{P_A = 2,1\ ms}$$

Οι ταχύτατα περιστρεφόμενοι Pulsar αυτής της κατηγορίας είναι γνωστοί σαν milisecond Pulsar.

**Γ)** Η ένταση της ακτινοβολίας( $W/m^2$) στην επιφάνεια μέλανος σώματος είναι $I = \sigma T^4$ και η συνολικά εκπεμπόμενη ισχύς $L = A\sigma T^4$ όπου A το εμβαδόν της επιφάνειας του μέλανος σώματος. Αν $L_A$ η ισχύς του άστρου νετρονίων και $L_H$ η ισχύς του ήλιου , θα έχουμε: $\frac{L_A}{L_H} = \frac{4\pi\sigma R_A^2T_A^4}{4\pi\sigma R_H^2T_H^4} = (R_A/R_H)^2(T_A/T_H)^4 = 1,542x10^{-6} \Rightarrow$

$$\mathbf{L_A = 1,542x10^{-6}L_H}$$

Παρατηρούμε ότι η ισχύς της ακτινοβολίας στην επιφάνεια του αστέρα νετρονίων είναι πολύ μικρή σε σχέση με την αντίστοιχη του ήλιου μας. Η υπεριώδης ακτινοβολία του αστέρα είναι ικανή να ιονίσει τα γειτονικά αέρια, η παρατήρησή του αστέρα όμως με γήινα τηλεσκόπια είναι αδύνατη. Ο εντοπισμός αστέρων νετρονίων – Pulsar γίνεται με ραδιοτηλεσκόπια δεδομένου ότι οι πίδακες των Pulsar εκπέμπουν ακτίνες Χ και ραδιοκύματα. Αν ένας αστέρας νετρονίων δεν είναι Pulsar ο εντοπισμός του μπορεί να γίνει αν συμμετέχει σε δυαδικό σύστημα οπότε από τα στοιχεία της τροχιάς του συνοδού αστέρα μπορούμε να υπολογίσουμε τη μάζα του αστέρα νετρονίων ή όταν έχουμε δυαδικό σύστημα αστέρων νετρονίων μέσω βαρυτικών κυμάτων.

**Δ)** Ο κύβος έχει όγκο 1 $cm^3$. Επομένως σύμφωνα με την πυκνότητα του αστέρα νετρονίων θα έχει μάζα m = $7{,}8\text{x}10^{15}$ gr ή $7{,}8\chi10^{12}$ kg ή

**78 τρισεκατομμύρια kg σε μόλις 1 $cm^3$.**

**Ε)** Αρχή διατήρησης της ενέργειας για σώμα μάζας m στην επιφάνια του αστέρα και για το σύστημα αναφοράς του αστέρα ώστε η περιστροφική κινητική ενέργεια να είναι μηδέν: K + U = 0 => $\frac{1}{2}m\upsilon_\delta^2$ - $\frac{GM_A m}{R_A}$ => $\upsilon_\delta$ = $\sqrt{\frac{GM_A}{R_A}}$ =>

$\upsilon_\delta$ = $2{,}725\chi10^8$ m/s = $2{,}725\text{x}10^5$ km/s => $\upsilon_\delta$ = $(2{,}725\chi10^5):(3\chi10^5)$ km/s =>

**$\upsilon_\delta$ = 0,9c**

**δηλαδή ταχύτητα διαφυγής «μια ανάσα» από την ταχύτητα διαφυγής στον ορίζοντα γεγονότων μαύρης τρύπας.**

**ΣΤ)** Η ελκτική δύναμη του αστέρα στον πλανήτη του θα είναι κεντρομόλος για την κυκλική κίνηση του αστέρα, αν P η περίοδος περιφοράς του πλανήτη:

$F_G = F_C$ => $\frac{GM_A M_J}{d^2} = \frac{M_J\upsilon^2}{d} = \frac{M_J 4\pi^2 d^2}{dP^2}$ => P = $2\pi d\sqrt{\frac{d}{GM_A}}$ = $56{,}5\text{x}10^6$ s ή

**P = 1,8 years**

**EXTRA:** Τα άστρα νετρονίων, οι λευκοί νάνοι και οι αστρικές μαύρες τρύπες ονομάζονται «αστρικά πτώματα». Πράγματι ο αστέρα νετρονίων δεν έχει εσωτερική πηγή ενέργειας οπότε η ενέργεια που ακτινοβολεί προέρχεται από την περιστροφική κινητική του ενέργεια. Η μείωση της περιστροφικής κινητικής ενέργειας συνεπάγεται μείωση της γωνιακής τους ταχύτητας ω η οποία όπως θα δούμε θα μηδενιστεί μετά από πολλά δισεκατομμύρια χρόνια. Παράλληλα θα μειώνεται και η θερμοκρασία του. Κάποτε λοιπόν ο «ένδοξος» υπεργίγαντας αστέρας αφού γίνει πρώτα ένα εντυπωσιακό Pulsar θα καταλήξει σε ένα ψυχρό σκοτεινό μικροσκοπικό σημάδι στο άπειρο σύμπαν και ουδείς πλέον θα ασχολείται μαζί του πέραν του γεγονότος ότι και αόρατο είναι και δεν ακτινοβολεί. ΟΝΤΩΣ ΕΝΑ ΑΣΤΡΙΚΟ ΠΤΩΜΑ.

Δίνεται ισχύς(φωτεινότητα) ήλιου $L_H$ = $3{,}8\text{x}10^{26}$ W . Να βρείτε τον ρυθμό με τον οποίο αυξάνεται η περίοδος περιστροφής του αστέρα νετρονίων.

**Από περιστροφική κινητική ενέργεια K = $\frac{1}{2}I\omega^2$ μειώνεται η K => μειώνεται η ω => αυξάνεται η περίοδος. Από L = $4\pi R^2\sigma T^4$ μειώνεται η L μειώνεται η T.**

Ισχύς = ρυθμός μεταβολής περιστροφικής κινητικής ενέργειας =>

L = $\left|\frac{dK}{dt}\right|$ = $\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}I\omega^2\right) = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}I\,\frac{4\pi^2}{P^2}\right) = \frac{I4\pi^2}{2}\frac{d}{dt}P^{-2}$ => L = $\left|-\frac{I4\pi^2}{2}\frac{2}{P^3}\frac{dP}{dt}\right|$=>

$\boldsymbol{\frac{dP}{dt} = \frac{LP^3}{4I\pi^2}}$ I = $\frac{2}{5}M_A R_A^2$ = 93.112.116 kgm$^2$ , L = 1,542x10$^{-6}$ $L_H$ = 6x10$^{20}$ W

P = 2,1x10$^{-3}$ s οπότε:

$$\boldsymbol{\frac{dP}{dt} = 5{,}56\chi 10^{-19}\ ss^{-1}}$$

Παρατηρούμε ότι ο ρυθμός μείωσης της γωνιακής ταχύτητας του άστρου ή ισοδύναμα αύξησης της περιόδου είναι απειροελάχιστος και πρέπει να περάσουν εκατομμύρια χρόνια για να γίνει μετρήσιμη μία μείωση της γωνιακής ταχύτητας και δισεκατομμύρια χρόνια για να μηδενιστεί. Αυτός είναι και ο λόγος της αξιοσημείωτης σταθερότητας της περιόδου περιστροφής ενός αστέρα νετρονίων.