**ΤΡΙΑ Η΄ ΠΕΡΙΣΣΟΤΕΡΑ ΣΩΜΑΤΑ - ΒΟΛΕΣ**

Παράδειγμα.

Τρία σώματα (1), (2), (3) αμελητέων διαστάσεων βάλλονται

uo

ταυτόχρονα από το ίδιο ύψος h με αρχικές ταχύτητες ίδιου

(1)

uo

μέτρου u0 , κατακόρυφα προς τα πάνω, κατακόρυφα προς

(3)

(2)

τα κάτω και οριζόντια αντίστοιχα.

u0

Αν θεωρήσουμε τη δύναμη από τον αέρα στα σώματα

h.

μηδενική , να αποδείξετε ότι τα σώματα κάθε στιγμή

βρίσκονται στην περιφέρεια του ίδιου κύκλου.

Απάντηση

Tη χρονική στιγμή t=0 εκτοξεύονται τα σώματα από

ψ1

το σημείο 0.

Θεωρούμε άξονα ψ1 για το σώμα (1) με θετικά προς

ψ1(1)

(1)

πάνω , άξονα ψ2 για το σώμα (2) με θετικά προς τα

0

g

x3(3)

κάτω και άξονες x3 , ψ3  για το σώμα (3) με θετικά

A

K

Ψ3(3)

x3

προς τα δεξιά και προς τα κάτω αντίστοιχα.

(3)

ψ1(2)

Τη χρονική στιγμή t=t1

(2)

ψ2,ψ3

το σώμα (1) έχει μετατόπιση ψ1 (1) = u0 t1 - $\frac{1}{2}$ g t12 ,

το σώμα (2) έχει μετατόπιση ψ2 (2) = u0 t1 + $\frac{1}{2}$ g t12

και το σώμα (3) βρίσκεται στο σημείο Α με συντεταγμένες στους άξονές του x3 , ψ3

x3(3) = u0 t1 , ψ3 (3) = $\frac{1}{2}$ g t12

H απόσταση μεταξύ των σωμάτων (1) , (2) είναι d = ψ1 (1) + ψ2 (2) = u0 t1 - $\frac{1}{2}$ g t12 + u0 t1 + $\frac{1}{2}$ g t12 =>

d = 2 u0 t1 . To μέσο της απόστασης d είναι το σημείο Κ στο σχήμα και απέχει R = d/2 = u0 t1

 από τα σώματα (1) (2) και $\frac{1}{2}$ g t12 από το 0 γιατί

 Κ0 = ψ2 (2) - R = u0 t1 + $\frac{1}{2}$ g t12 - R => Κ0 = u0 t1 + $\frac{1}{2}$ g t12 - u0 t1 => Κ0 = $\frac{1}{2}$ g t12

H μετατόπιση του σώματος (3) στον άξονα ψ3 είναι ψ3(3) = $\frac{1}{2}$ g t12 , ισούται με την απόσταση Κ0 .

και από το ορθ. παραλληλόγραμμο ΚΑx3(3)0 το μήκος ΚΑ = x3(3) = u0 t1.

Επομένως τα σώματα απέχουν την ίδια απόσταση u0 t1 από το σημείο Κ που είναι το κέντρο του

κύκλου Κ

( Η παλιά έκδοση του θέματος ήταν:

Άπειρα σημειακά σώματα εκτοξεύονται ταυτόχρονα από ένα ύψος προς όλες της κατευθύνσεις. Να

αποδειχθεί ότι τα σώματα κάθε στιγμή βρίσκονται στην επιφάνεια σφαίρας)

Εφαρμογή

A

Τέσσερα μικρά σώματα εκτοξεύονται ταυτόχρονα από τα

u0

σημεία Α,Β,Γ,Δ ενός κύκλου προς το κέντρο του , με

u0

u0

Δ

B

ταχύτητες ίσου μέτρου u0. Ο κύκλος βρίσκεται σε

κατακόρυφο επίπεδο και τα σώματα κινούνται με την

u0

επίδραση μόνο του βάρους τους. Η διάμετρος ΑΓ είναι

κατακόρυφη και η διάμετρος ΒΔ είναι οριζόντια.

Γ

Να αποδειχθεί ότι όλα τα σώματα θα συναντηθούν στο ίδιο

σημείο την ίδια χρονική στιγμή.

pananasgiannis@yahoo.gr