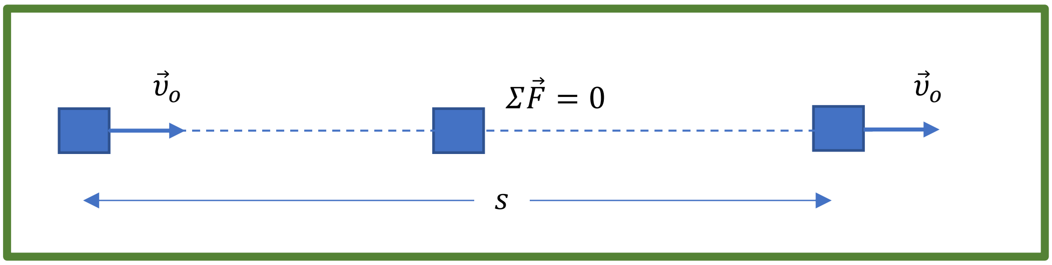
Ας δώσουμε μια αρχική ταχύτητα $υ_o$ σε ένα σημειακό αντικείμενο…

Θα μελετήσουμε την κίνηση ενός σημειακού αντικειμένου, το οποίο αρχικά έχει μία ταχύτητα $υ_o$. Τα σχήματα είναι κατόψεις.

- **Περίπτωση όπου ΣF=0**

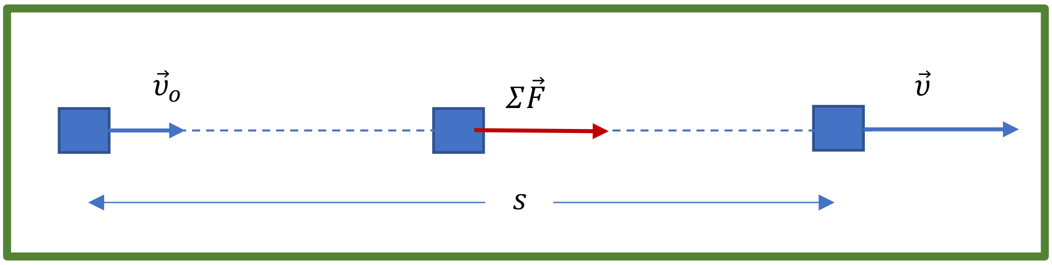


Εδώ ισχύει ότι ΣF=0 και έτσι, λόγω 1[ου] Νόμου Newton το σώμα θα εκτελέσει ευθύγραμμη ομαλή κίνηση (Ε.Ο.Κ.) διατηρώντας την ταχύτητα που είχε αρχικά.

$$\text{Συνοπτικά: } ΣF = 0 \xRightarrow{1ος\ Νόμος\ Newton} υ = σταθερή\ , άρα\ Ε.Ο.Κ.$$

Απόσταση: $s=υ\cdot Δt$

- **Περίπτωση όπου η ΣF είναι σταθερή και ομόρροπη της αρχικής $υ_o$**



Εδώ είναι σταθερή η ΣF, οπότε μπορούμε εφαρμόζοντας το Θεμελιώδη Νόμο της Κινηματικής, να υπολογίσουμε την επιτάχυνση και έπειτα να εφαρμόσουμε τις εξισώσεις της κινηματικής ή να δουλέψουμε ενεργειακά σε κάποιες περιπτώσεις.

Συνοπτικά:

➝ **<u>Κινηματική</u>**

Θ.Ν.Μ. $ΣF=mα \Rightarrow α = σταθερό$, άρα Ευθ. Ομαλά Επιτ. Κίνηση

Ταχύτητα: $\upsilon=\upsilon_o+\alpha\cdot\Delta t$

Απόσταση: $s=\upsilon_o\cdot\Delta t+\frac{1}{2}\cdot\alpha\cdot\Delta t^2$

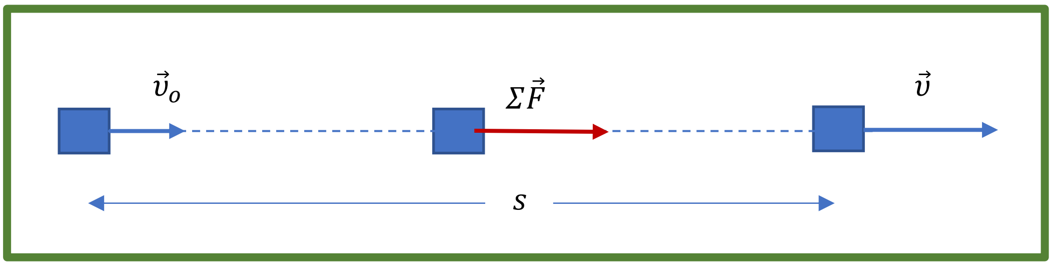
➞<u>**Ενεργειακά**</u>

Θεώρημα Μεταβολής Κινητικής Ενέργειας (Θ.Μ.Κ.Ε.)

$\Delta K=W_{o\lambda}\Longrightarrow K_{\tau\varepsilon\lambda}-K_{\alpha\rho\chi}=W_{\Sigma F}\Longrightarrow\frac{1}{2}\cdot m\cdot\upsilon^2-\frac{1}{2}\cdot m\cdot\upsilon_o^2=\Sigma F\cdot s\cdot\sigma\upsilon\nu 0$

Αντίστοιχα, αν η ΣF είναι σταθερή και αντίρροπη της αρχικής ταχύτητας, η κίνηση θα είναι ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη (έως την ακινητοποίηση), οπότε ισχύουν οι ίδιες εξισώσεις με αλγεβρικές τιμές.

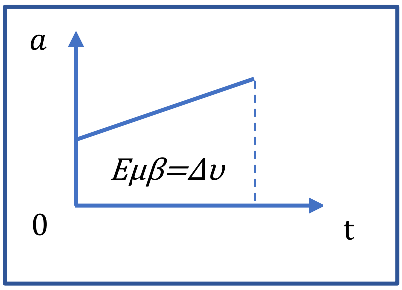
- **Περίπτωση όπου η ΣF είναι γραμμική συνάρτηση του χρόνου (π.χ. ΣF=2t+10)**



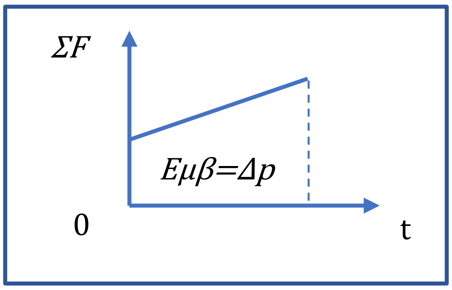
Εδώ η ΣF μεταβάλλεται καθώς περνά ο χρόνος και έτσι θα προκύψει μεταβλητή η επιτάχυνση:

Θ.Ν.Μ. $\Sigma F=m\alpha \xRightarrow{\pi.\chi.\ \alpha\nu\ m=1kg} \alpha=2t+10$

Δεν ισχύουν οι γνωστές εξισώσεις κίνησης και δεν μπορούμε να εφαρμόσουμε Θ.Μ.Κ.Ε. καθώς δεν μπορούμε να υπολογίσουμε το έργο της δύναμης αυτής. Αν όμως γνωρίζουμε το χρόνο, μπορούμε να κατασκευάσουμε το διάγραμμα α-t και με εμβαδομέτρηση να υπολογίσουμε τη μεταβολή της ταχύτητας.



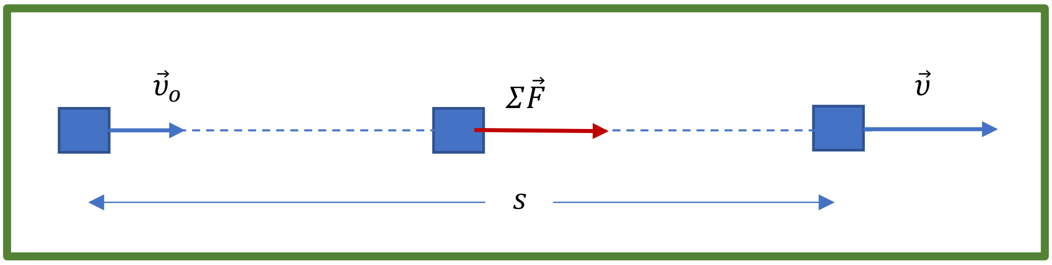
Θα μπορούσαμε επίσης να σχεδιάσουμε το διάγραμμα ΣF-t και εμβαδομέτρηση να υπολογίσουμε τη μεταβολή της ορμής:



Γενικά, σε ένα διάγραμμα μπορούμε να ελέγξουμε αν το εμβαδόν ισούται με κάτι χρήσιμο εξετάζοντας τις μονάδες μέτρησης. Αν το γινόμενο των μονάδων των δύο αξόνων μας δίνει μονάδες κάποιου γνωστού μεγέθους, τότε το εμβαδόν (αλγεβρικά) ισούται με το μέγεθος αυτό. Για παράδειγμα στο παραπάνω θα έχουμε:

(Μονάδες ΣF)·(Μονάδες t) = N·s = $kg \cdot \frac{m}{s^2} \cdot s = kg \cdot \frac{m}{s}$ *= μονάδες ορμής*

- **Περίπτωση όπου η ΣF είναι γραμμική συνάρτηση της θέσης (π.χ. ΣF=5x+20)**

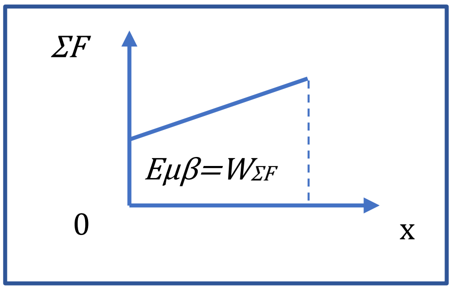


Εδώ η ΣF μεταβάλλεται καθώς προχωρά το σώμα και έτσι θα προκύψει μεταβλητή η επιτάχυνση:

Θ.Ν.Μ. $\Sigma F = m\alpha \xRightarrow{\pi.\chi.\ \alpha\nu\ m=1kg} \alpha = 5x+20$

Δεν ισχύουν οι γνωστές εξισώσεις κίνησης.

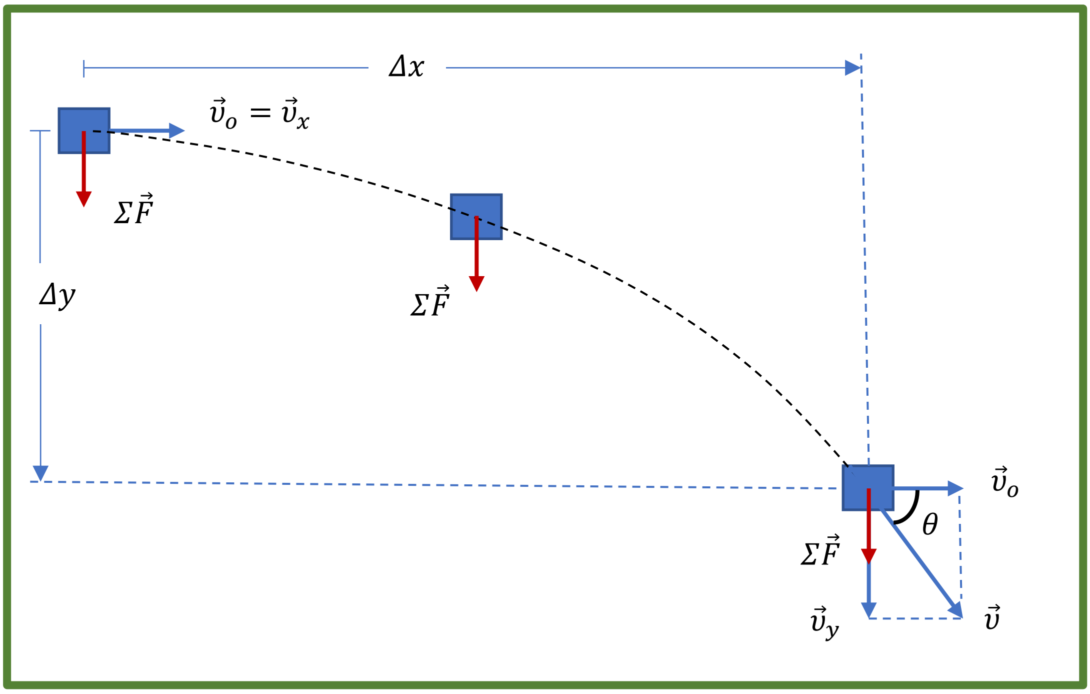
Μπορούμε όμως να υπολογίσουμε το έργο της δύναμης με εμβαδομέτρηση σε διάγραμμα δύναμης-θέσης και έπειτα να εφαρμόσουμε το Θ.Μ.Κ.Ε.



Θ.Μ.Κ.Ε.

$$\Delta K = W_{o\lambda} \Longrightarrow K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_{\Sigma F} \Longrightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon_o^2 = W_{\Sigma F}$$

- **Περίπτωση όπου ΣF είναι κάθετη στην αρχική ταχύτητα και διαρκώς ίδιας κατεύθυνσης.**



➞**<u>Κινηματική</u>**

Σύμφωνα με την αρχή της επαλληλίας η παραπάνω κίνηση μπορεί να χωριστεί σε δύο κινήσεις οι οποίες πραγματοποιούνται ταυτοχρόνως.

Άξονας x'x: Στον οριζόντιο άξονα x'x το σώμα δε δέχεται καμία δύναμη. Σύμφωνα με τον πρώτο νόμο του Νεύτωνα το σώμα θα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση στον άξονα αυτόν, άρα:

$\Sigma\vec{F}_x=0$, $\vec{\alpha}_x=0$, $\vec{u}_x=\vec{u}_o=\sigma\tau\alpha\theta.$, $\Delta\vec{x}=\vec{u}_o\cdot\Delta t$

Άξονας y'y: Στον κατακόρυφο άξονα y'y το σώμα δέχεται τη ΣF και η αρχική ταχύτητα είναι μηδενική. Συνεπώς στον άξονα αυτόν θα εκτελεί ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση, άρα:

$$\Sigma\vec{F}_y = m\cdot\vec{\alpha}_y \quad , \quad \vec{\alpha}_y = \sigma\tau\alpha\theta \quad , \quad \vec{u}_y = \vec{\alpha}_y \cdot \Delta t \quad , \quad \Delta\vec{y} = \frac{1}{2}\cdot\vec{\alpha}_y\cdot\Delta t^2$$

Η ταχύτητα υπολογίζεται σε κάθε μία θέση, ως εξής:

Άξονας x'x: $\vec{u}_x = \vec{u}_o$

Άξονας y'y: $\vec{u}_y = \vec{\alpha}_y \cdot \Delta t$

Ισχύει ότι: $\vec{u} = \vec{u}_x + \vec{u}_y$, αλλά είναι μη συγγραμμικά.

Άρα το μέτρο της ταχύτητας θα ισούται με: $|\vec{u}| = \sqrt{u_x^2 + u_y^2}$

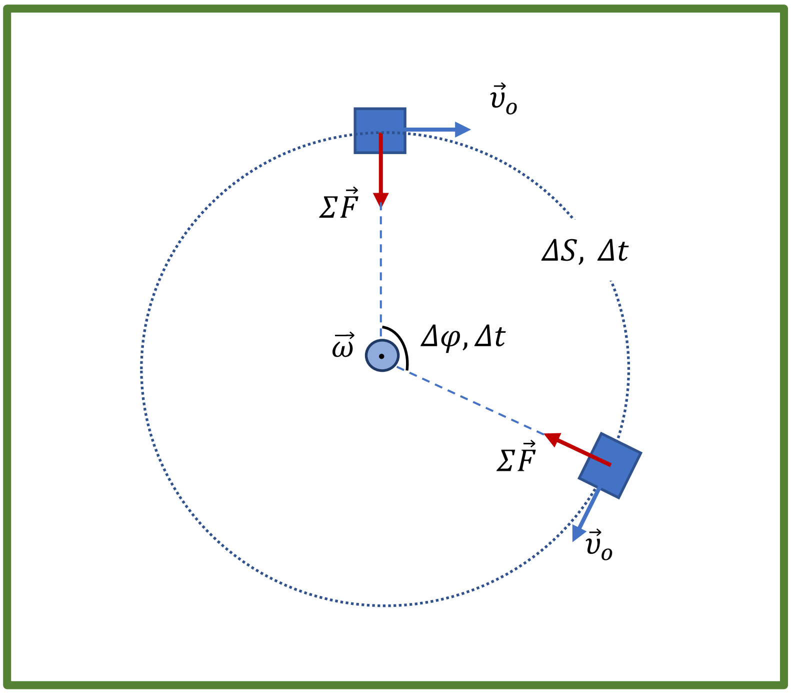
Και η κατεύθυνσή της: $\varepsilon\varphi\theta = \frac{u_y}{u_x}$

➞**<u>Ενεργειακά</u>**

Θ.Μ.Κ.Ε.

$$\Delta K = W_{o\lambda} \Longrightarrow K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_{\Sigma F} \Longrightarrow \frac{1}{2}\cdot m\cdot v^2 - \frac{1}{2}\cdot m\cdot v_o^2 = W_{\Sigma F}$$

- **Περίπτωση όπου η ΣF (με σταθερό μέτρο) είναι διαρκώς κάθετη στην ταχύτητα**



Εδώ η **ΣF είναι διαρκώς κάθετη στην ταχύτητα**, οπότε θα έχει μηδενικό έργο. Έτσι, αν εφαρμόσουμε το Θ.Μ.Κ.Ε. εύκολα προκύπτει ότι δε **μεταβάλλεται το μέτρο της ταχύτητας**.

Θ.Μ.Κ.Ε.

$$\Delta K = W_{ολ} \Longrightarrow K_{τελ} - K_{αρχ} = W_{\Sigma F} \Longrightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon_o^2 = 0 \Longrightarrow \upsilon = \upsilon_o \text{ σε μέτρο}$$

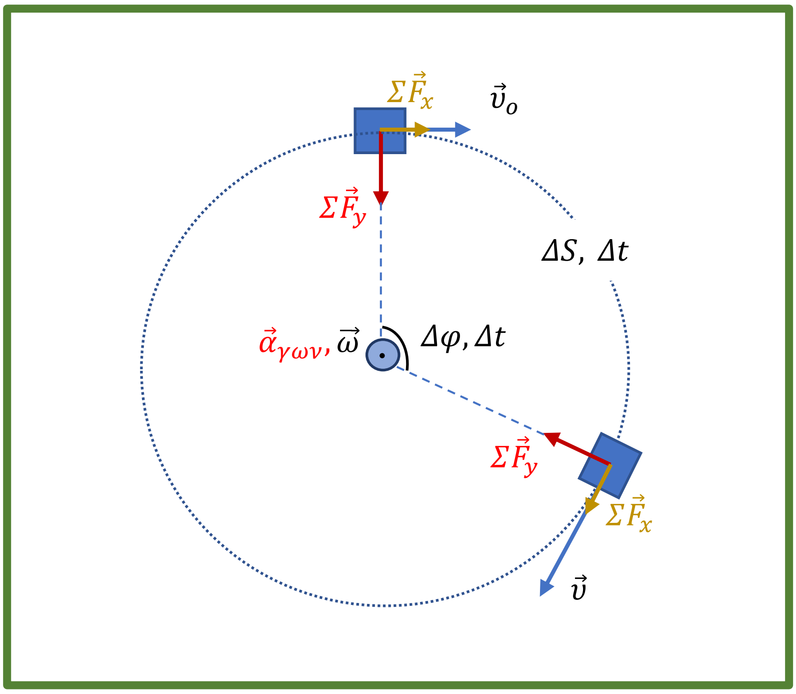
Καθώς όμως η **ΣF είναι διαρκώς κάθετη στην ταχύτητα**, θα έχει το ρόλο της κεντρομόλου δύναμης και έτσι το σώμα θα εκτελέσει **Ομαλή Κυκλική Κίνηση. Η ΣF δηλαδή είναι το αίτιο της αλλαγής της κατεύθυνσης της ταχύτητας.**

Θα ισχύουν δηλαδή οι τύποι:

$\Delta S = \upsilon \cdot \Delta t$ $\qquad \Delta\varphi = \omega \cdot \Delta t$ $\qquad \Sigma F = F_K = m \cdot \frac{u^2}{R}$

$\Delta S = \Delta\varphi \cdot R$ $\qquad \upsilon = \omega \cdot R$ $\qquad f = \frac{N}{\Delta t}$ $\qquad T = \frac{\Delta t}{N}$

- **Περίπτωση όπου η ΣF_x (με σταθερό μέτρο) είναι διαρκώς ομόρροπη της ταχύτητας και η ΣF_y (με σταθερό μέτρο) διαρκώς κάθετη στην ταχύτητα**



- Η $ΣF_y$ είναι διαρκώς κάθετη στην ταχύτητα, οπότε δεν μπορεί να μεταβάλλει το μέτρο της παρά μόνο την κατεύθυνσή της. Έτσι θα έχει το ρόλο της κεντρομόλου. **Η $ΣF_y$ δηλαδή είναι το αίτιο της αλλαγής της κατεύθυνσης της γραμμικής ταχύτητας**.

  Κάθε στιγμή θα ισχύει: $ΣF_y = F_K = m \cdot \frac{u^2}{R}$

- Η $ΣF_x$ είναι διαρκώς ομόρροπη της γραμμικής ταχύτητας (στρίβει μαζί της), έτσι μπορεί να μεταβάλλει το μέτρο της. Η $ΣF_x$ ονομάζεται και επιτρόχια δύναμη καθώς είναι διαρκώς εφαπτομενική στην τροχιά της κίνησης. **Η $ΣF_x$ δηλαδή είναι το αίτιο της αλλαγής του μέτρου της γραμμικής ταχύτητας**. Οπότε μπορούμε να δουλέψουμε ως εξής:

➞**<u>Κινηματική</u>**

Θ.Ν.Μ. $ΣF_{επιτρ} = ΣF_X = mα_{επιτρ} \Longrightarrow α_{επιτρ}$ = σταθερό, άρα Ομαλά Επιτ. Κίνηση

Γραμμική Ταχύτητα: $υ = υ_o + α_{επιτρ} \cdot Δt$

Απόσταση: $s = υ_o \cdot Δt + \frac{1}{2} \cdot α_{επιτρ} \cdot Δt^2$

Γων. Ταχύτητα: $ω = ω_o + α_{γων} \cdot Δt$

Γωνία: $Δφ = ω_o \cdot Δt + \frac{1}{2} \cdot α_{γων} \cdot Δt^2$

➞**<u>Ενεργειακά</u>**

Θεώρημα Μεταβολής Κινητικής Ενέργειας (Θ.Μ.Κ.Ε.)

$ΔK = W_{ολ} \Longrightarrow K_{τελ} - K_{αρχ} = W_{ΣF} \Longrightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot υ^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot υ_o^2 = ΣF_{επιτρ} \cdot s \cdot συν0$

➞ <u>Φυσικά ισχύουν και οι σχέσεις των γραμμικών με τα γωνιακά μεγέθη:</u>

$ΔS = Δφ \cdot R$ $υ_{γρ} = ω \cdot R$ $α_{επιτρ} = α_{γων} \cdot R$

Παπαδόπουλος Δημήτρης

Dimitris-papadopoulos@hotmail.com